

Lokale und nichtlokale
Mischungswegtheorie

vorgelegt von
Hartmut Donecker
München 77



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Lokale und nichtlokale
Mischungswegtheorie

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München



vorgelegt von
Hartmut Donecker
München 1977



1. Referent: Prof. Dr. P. Wellmann

2. Referent: Prof. Dr. H.-G. Groth

Tag der mündlichen Prüfung: 21.12.1977

Inhaltsverzeichnis

Seite

Zusammenfassung

1. Einleitung	1
2. Empirisches Material	3
2.1. Übersicht	3
2.2. Granulation	4
2.3. Die Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre	17
2.4. Sonnenradius	18
2.5. Pulsationen	19
3. Allgemeine Voraussetzungen	20
4. Lokale Mischungswegtheorie	21
4.1. Modellvorstellung	21
4.2. Gleichungen der lokalen Mischungswegtheorie	22
4.3. Schwierigkeiten, die durch die Berücksichtigung des Strömungsdruckes entstehen	33
4.4. Einzelheiten der Rechnung	34
5. Ergebnisse der lokalen Mischungswegtheorie	37
5.1. Vorbemerkungen	37
5.2. Der Mischungsweg am oberen Rand der Konvek- tionszone	38
5.3. Die Abstrahlung der Konvektionselemente	41
5.4. Strömungsdruck	51
5.5. Dichteinversion	55
5.6. Selbstkonsistenz der lokalen Mischungswegtheorie	56
6. Nichtlokale Mischungswegtheorie	57
6.1. Grundgedanken und -hypothesen	57
6.2. Gleichungen der nichtlokalen Mischungswegtheorie	58
6.3. Ein Kriterium für die Mischungsweglänge	63
6.4. Rechentechnischer Unterschied zwischen lokaler und nichtlokaler Mischungswegtheorie	67
6.5. Einzelheiten der Rechnung	68

7. Diskussion	69
7.1. Das nichtlokale Sonnenmodell	69
7.2. Vergleich der Ergebnisse der lokalen und der nichtlokalen Theorie mit der Beobachtung	73
Literaturverzeichnis	80
Anhang 1 Mikroturbulenztafel	82
Literaturverzeichnis zu Anhang 1	90
Anhang 2 Tabellen der benutzten Sonnenmodelle	91
Verzeichnis der Symbole und Abkürzungen	98

Zusammenfassung

Die auf Gedanken Prandtl's basierende Mischungswegtheorie wird diskutiert.

Wir versuchen dabei, die Theorie von unnötigen Vergrößerungen zu befreien. Deshalb wird die Unterscheidung von Gesamtdruck, Gasdruck und Strömungsdruck konsequent durchgeführt, eine neue Behandlungsmethode für die Strahlungswechselwirkung der Konvektionselemente mit ihrer Umgebung angegeben und aus der Grundvorstellung der Mischungswegtheorie ein Kriterium für die Mischungsweglänge hergeleitet.

Schließlich wird die lokale Mischungswegtheorie zu einer nichtlokalen Theorie erweitert.

Der Vergleich von Modellrechnungen mit Ergebnissen der Sonnenbeobachtung zeigt:

- i) Die Hypothese von Böhm, Stückl (1967) bezüglich der Mischungsweglänge am oberen Rand der Konvektionszone ist abzulehnen.
- ii) Die genaue Berücksichtigung des Strömungsdruckes ist wichtig.
- iii) Die bei theoretischen Modellen oft gefundene Dichteinversion ist vermutlich nur eine Folge der Mängel der lokalen Mischungswegtheorie.
- iv) Die Ergebnisse der nichtlokalen Mischungswegtheorie entsprechen den Beobachtungen wesentlich besser als die der lokalen.

1. Einleitung

Seit etlichen Jahren ist man sich in der Astrophysik einig, daß die lokale Mischungswegtheorie nur ein recht grobes Hilfsmittel zur Beschreibung von Konvektionszonen in Sternatmosphären ist.

Doch die enormen physikalischen, mathematischen und rechen-technischen Schwierigkeiten, die der Behandlung der Konvektion in einem kompressiblen Medium mit erheblichen Variationen in Dichte und Temperatur ohne wesentlich vereinfachende Annahmen entgegenstehen, haben auf diesem Gebiet eine Stagnation bewirkt (vergleiche dazu die Übersichtsartikel von Spiegel (1971/1972)).

Stattdessen hat sich in der Literatur eine fast kanonische Form der lokalen Mischungswegtheorie durchgesetzt. Es soll in dieser Arbeit versucht werden, einige bisher seltener diskutierte Aspekte zu untersuchen und die lokale zu einer nichtlokalen Mischungswegtheorie zu erweitern.

Dazu wird zunächst die übliche Fassung der lokalen Mischungswegtheorie in Teil 4 skizziert.

Teil 5 bringt eine Diskussion des Einflusses einiger Parameter, ehe in Teil 6 die Gleichungen einer nichtlokalen Variante der Mischungswegtheorie angegeben werden.

In Teil 7 werden dann die Ergebnisse diskutiert.

Um diese Diskussion besser strukturieren zu können, bringt Teil 2 eine Zusammenstellung desjenigen empirischen Materials, das zur Beurteilung von Konvektionsmodellen dienen kann.

Wir werden uns meist auf das Beispiel der Sonne beschränken, dem beobachtungstechnisch günstigsten Prüfstein der Theorie.

Ein weiterer Einschub, Teil 3, nennt die Voraussetzungen, unter denen die sämtlichen folgenden theoretischen Aussagen stehen.

Auf eine Diskussion anderer Methoden zur Behandlung der Konvektion wurde verzichtet, weil Cough (1976) eine diesbezügliche Übersicht vermittelt, eine eingehendere Darstellung aber, wenn sie einigermaßen abgeschlossen sein sollte, allein durch ihren Umfang den Schwerpunkt dieser Arbeit verschieben würde.

2. Empirisches Material

2.1. Übersicht

Die Struktur vieler Sterne ist wesentlich durch eine oberflächennahe Konvektionszone bestimmt. Deren oberer Rand liegt meist im Entstehungsbereich des visuellen Kontinuums.

Dabei ist der obere Rand der Konvektionszone definiert als die äußerste Schicht der Photosphäre, die bei einem reinen Strahlungsgleichgewichtsmodell nach dem Schwarzschild-Kriterium konvektiv instabil wäre.

Die eigentliche Konvektionszone ist also der Messung schlecht zugänglich. Selbst bei der Sonne ist es schwierig, theoretische Aussagen über Konvektion durch Beobachtungen zu überprüfen; bei anderen Sternen sind die diesbezüglichen Möglichkeiten noch geringer.

Wir werden Meßdaten und Methoden des Vergleichs mit der Theorie zu folgenden Themen diskutieren:

Granulation der Sonnenoberfläche

Temperaturschichtung der Sonne

Radien von Sternen

Pulsationen von Sternen

2.2. Granulation

Man weiß schon seit langem, daß die Granulation der Sonnenoberfläche durch die darunter liegende Konvektionszone bestimmt ist, während es offenbar zumindest keine wesentlichen Hinweise für den Einfluß von Magnetfeldern auf die Granulation gibt (Bray, Loughhead (1967)). (Allerdings gibt es Evidenz dafür, daß die Granulation kleinräumige Magnetfelder wesentlich formt, siehe Parker (1974 a, b)).

Leider ist die Granulation bisher nicht von Satelliten aus beobachtet worden, obwohl die Ergebnisse von erdgebundenen und von bei Ballonaufstiegen durchgeführten Messungen bislang oft uneinheitlich sind.

2.2.1. Charakteristische Längen der Granulation

Nach Labonte et al. (1975) beträgt die mittlere Granulengröße 1100 km, bei einer Variationsbreite von 200 km bis 2500 km.

Als Anzahl von Granulationszellen pro Quadratbogensekunde geben sie 0.295 an, woraus sich bei Annahme kreisförmiger Elemente ein Mittelpunktsabstand von 1500 km ergibt.

Diese Werte sind etwas größer als die bei Allen (1973) angegebenen Werte von 1000 km bzw. 1230 km.

Aus der bei Allen genannten mittleren Oberfläche pro Granulationszelle erhält man bei obengenannter Geometrie einen Mittelpunktsabstand von 1380 km.

Dieser Wert ist verblüffend ähnlich der Wellenlänge des Maximums der mittleren Fouriertransformierten bei Sonnenaufnahmen von Deubner, Mattig (1975); diese beträgt nämlich 1340 km. Doch diese Übereinstimmung sollte mit Vorsicht bewertet werden, wie auch die eigene, einen guten Überblick vermittelnde Diskussion der beiden Autoren zeigt. Denn

erstens geben sie selbst relativ große Fehlerschranken an, zweitens zeigen die Vergleiche mit früheren Arbeiten deutliche Unterschiede und drittens gibt auch eine jüngere Arbeit von Aime et al. (1977) einen wesentlich anderen Verlauf des Fourierspektrums.

In Anbetracht der später näher zu besprechenden großen Unsicherheiten bei der Messung solarer Geschwindigkeitsfelder scheint es gegenwärtig unmöglich, auf dem Weg über Geschwindigkeitsmessungen die Größe der Granula genauer als oben diskutiert bestimmen zu können.

Wir wollen in der späteren Diskussion (Teile 5 und 7) von folgenden Mittelwerten ausgehen:

Durchmesser individueller Granula 1000 km

Mittelpunktabstand benachbarter Granula 1400 km

Es sei ebenfalls für später festgehalten, daß sich damit für das Verhältnis zwischen Granulenfläche und Fläche des intergranularen Gebiets der Wert 1 ergibt.

Eine eventuelle Tiefenabhängigkeit der Ausmaße von Granulationsstrukturen wurde nach unserem Wissen bisher noch nicht ernsthaft untersucht.

Das ist aus der Sicht des Theoretikers bedauerlich, zumal der sehr interessante Bereich von 100 km unterhalb des Punktes mit der optischen Tiefe 0.5 (Rosseland-Skala) bis 150 km darüber meßtechnisch durchaus zugänglich ist. Denn er entspricht der optischen Tiefe 0.1 bis 5; davon sollte der Bereich 0.1 bis 0.8 schichtweise durch Linienmessungen, der von 1 bis 5 durch Kontinuumsbeobachtungen in Infraroten (8000 Å - 16000 Å) zu untersuchen sein.

Das genannte Intervall ist von Interesse, weil es den obersten Teil der Konvektionszone und das Gebiet umfaßt, in das offenbar die Konvektionselemente überschießen, wie der nächste Absatz erläutert.

2.2.2. Sichtbarkeit von Granula in geringen optischen Tiefen

Bray, Loughhead (1967) geben einen Überblick über die Messungen der Sichtbarkeit von Granula am Sonnenrand. Danach liegt die obere Grenze bei einer optischen Tiefe von 0.1 bis 0.2 (Rosseland-Skala). Sie selbst favorisieren den kleineren Wert, den sie in einer jüngeren Untersuchung (Loughhead, Bray (1975)) unterstreichen.

Sie machen allerdings keine näheren Angaben darüber, anhand welchen Meßvorganges die Werte gefunden wurden; es werden nur die Photographien reproduziert. Diese zeigen zwar bis zur genannten optischen Tiefe Inhomogenitäten, das typische Granulationsmuster scheint uns aber nicht bis in so kleine optische Tiefen zu reichen. Wir werden in 2.2.4. noch kurz darauf zurückkommen.

2.2.3. Solares Geschwindigkeitsfeld und Geschwindigkeit der Granula

Die Messung der Geschwindigkeit der Granula ist nicht nur wegen des Seeing schwierig; dazu kommt noch das Problem, zwischen den verschiedenen Ursachen des komplizierten solaren Geschwindigkeitsfeldes zu unterscheiden.

Wir wollen hier grob unterteilen in:

Geschwindigkeitsfeld der Granula

Geschwindigkeitsfeld der 5-Minuten-Oszillationen

Mikroturbulenzfeld.

Bevor wir uns den Einzelheiten zuwenden, sei noch auf eine zusammenfassende Arbeit von Gurtovenko (1975) hingewiesen, der das integrale Geschwindigkeitsfeld der Sonne im Bereich der optischen Tiefen kleiner als 3.2 (Referenzwellenlänge 5000 Å) untersucht und für die Vertikal-/Tangentialkomponenten

Werte zwischen 1 und 3.0 bzw. 3.5 km/sec findet. Dabei steigt die Geschwindigkeit von geringen optischen Tiefen streng monoton bis zu einem Maximum bei der optischen Tiefe 2.3 bzw. 0.6 an, um danach wieder abzufallen.

Im Bereich 0.1 bis 0.6 ist die Tangentialkomponente überall um mindestens 1 km/sec größer als die Vertikalkomponente, bei einer optischen Tiefe von 3 sind sie praktisch gleich.

2.2.3.1. Geschwindigkeitsfeld der Granula

Gegenüber den früheren Angaben über die Geschwindigkeiten der Granula (siehe z.B. Allen (1973)) bringen jüngere Messungen deutlich höhere Werte.

So schätzt Deubner (1976) den quadratischen Mittelwert auf 1.5 km/sec.

Bray et al. (1976) nennen für die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen auf- und absteigenden Granula einen Wert von 1.8 km/sec.

Ihre Datenreduktion beinhaltet zwei zweifelhafte Annahmen, die ihre detaillierteren Angaben unrealistisch erscheinen lassen. Sie gehen nämlich davon aus, daß das Verhältnis von intergranularer zu granularer Fläche 0.36/0.64 ist. Sie interpretieren dabei u. a. eine - mißverständliche - Formulierung bei Labonte et al. (1975) offenbar falsch.

Zweitens setzen sie voraus, daß die Intensität im Mittelpunkt jeder Granule vom Seeing unbeeinflusst bleibt - eine Annahme, die wohl nur bei extrem günstigen atmosphärischen Bedingungen erfüllt ist.

Die beiden Effekte führen wohl zu einer Unterschätzung des Seeing; somit erscheint der oben angegebene Wert für die Geschwindigkeitsdifferenz eher als untere Grenze.

In einer recht aufwendigen Untersuchung korrigiert Canfield (1976) Ergebnisse von Canfield, Mehlretter (1973). Er erhält für den quadratischen Mittelwert der granularen Geschwindigkeit

$$v = 1.27 \exp(x/150) \quad [\text{km/sec}]$$

wobei x [km] die geometrische Tiefe ab der optischen Tiefe 1 (5000 Å) ist.

Die heute erreichte Genauigkeit wird wohl dadurch beleuchtet, daß die Unterschiede in den Ergebnissen der beiden Untersuchungen fast 50 % erreichen - bei identischem Beobachtungsmaterial, aber verschiedenen Reduktionsmethoden. Dabei scheint die von Canfield (1976) wesentlich zuverlässiger zu sein.

2.2.3.2. Geschwindigkeit der 5-Minuten-Oszillationen

Das Geschwindigkeitsfeld der 5-Minuten-Oszillationen ist in dem uns interessierenden Bereich optischer Tiefen größer als 0.1 (Rosseland-Skala) - gemessen an dem oben genannten integralen solaren Geschwindigkeitsfeld - klein und örtlich langsam veränderlich (Canfield (1976)). Wir berücksichtigen es deshalb im folgenden nicht.

2.2.3.3. Mikroturbulenzfeld

Es wurde in den letzten Jahren recht lebhaft darüber gestritten, ob dem Parameter "Mikroturbulenz" der in einigen Analysemethoden für Sternatmosphären vorkommt, eine eigene physikalische Bedeutung zukommt, oder ob er nur der Sammelname ist für die Fehler, die durch unzulässige physikalische Annahmen entstehen.

Mittlerweile scheint sich die Auffassung durchzusetzen, daß dieser Parameter wirklich einen physikalischen Vorgang beschreibt (van Paradijs (1972), Holweger (1973), Blackwell et al. (1976)).

Besonders interessant ist in diesem Zusammenhang die Arbeit von Blackwell et al., weil sie in Angriff genommen wurde, um zu zeigen, daß die Mikroturbulenz, bei Verwendung exakter Oszillatorenstärken, in diesem Fall von Eisen, verschwindet. Stattdessen erhalten sie eine Mikroturbulenzgeschwindigkeit, die von 0.8 km/sec in der Sonnenmitte zum Rande zu auf 1.7 km/sec steigt.

Es scheint uns naheliegend, dies als Zunahme der Mikroturbulenz mit kleiner werdender optischer Tiefe zu deuten. Es gibt allerdings Hinweise, daß dies zu einem Widerspruch zu Ergebnissen von Canfield et al. (1975) und Stenholm (1977), die ziemlich gut übereinstimmen, führen dürfte.

Denn zwei der von Blackwell et al. benutzten Linien werden auch von Stenholm verwandt. Dieser gibt für beide Entstehungstiefen von etwa 0.04 bei einer optischen Skala mit Referenzwellenlänge 5000 Å an.

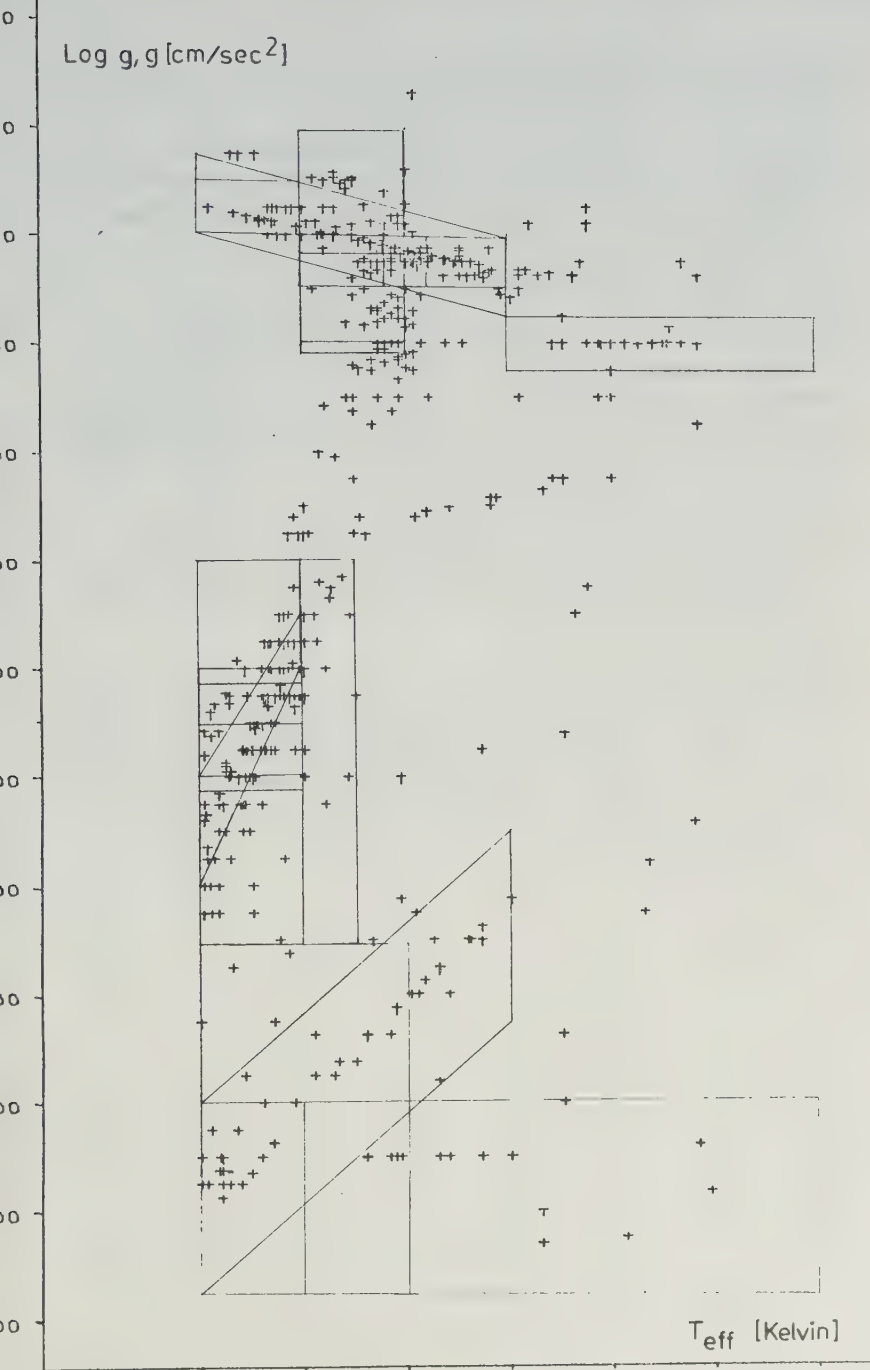
Andererseits finden sowohl Canfield et al. als auch Stenholm im Intervall (0.003, 0.5) (5000 Å) eine Abnahme der Mikroturbulenz mit kleiner werdender optischer Tiefe.

Es sei angemerkt, daß die beiden Linien, was die Abhängigkeit der Äquivalentbreite vom Abstand von der Scheibenmitte angeht, sich qualitativ wie die übrigen, von Blackwell et al. gemessenen Linien verhalten.

Die Übereinstimmung zwischen Canfield et al. und Stenholm sollte nicht zu stark bewertet werden, denn die Werte von Canfield et al. werden von Canfield (1976) beträchtlich nach oben korrigiert, der qualitative Verlauf des Mikroturbulenzfeldes bleibt allerdings erhalten.

BILD 1

SCHWEREBESCHLEUNIGUNG/EFFEKTIVTEMPERATUR



In den genannten Arbeiten werden auch die oft stark abweichenden älteren Messungen zitiert.

Wegen der in Teil 7 zu diskutierenden Abhängigkeit der Ergebnisse der Konvektionsrechnung von der Geschwindigkeitsverteilung als Funktion des Ortes soll hier eine Untersuchung erwähnt werden, die die gegenwärtige Unsicherheit der Mikroturbulenzmessungen illustriert.

Wir haben aus der Literatur möglichst alle Angaben über Mikroturbulenz im Intervall (4000, 10000) [Kelvin] der Effektivtemperatur herausgesucht. Es wurde dabei versucht, Doppelverwendung von Meßwerten aufgrund von Zitatketten auszuschließen.

Die Verteilung der verbliebenen 810 Meßwerte in der $T_{\text{eff}}\text{-log } g\text{-Ebene}$ (T_{eff} = Effektivtemperatur [Kelvin], g = Schwerebeschleunigung [cm/sec^2]) zeigt Bild 1, eine Liste findet sich im Anhang 1.

Es wurde untersucht, ob die Meßwerte in den eingezeichneten Vierecken einer Gauß'schen Fehlerverteilung gehorchen. Dazu wurden die Werte jeweils einem χ^2 -Test bei einer geforderten Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % bei Ablehnung der Hypothese der Normalverteilung unterworfen. Das Ergebnis zeigt Tabelle 1.

Tabelle 1

Untersuchtes Viereck				N	Mittel [km/sec]	Hypothese
log g	T_{eff}	log g	T_{eff}			
4.80	5000	4.80	6000	118	1.7 ± 0.8	abgelehnt
4.35	5000	4.35	6000			
4.70	4000	4.40	7000	181	2.0 ± 0.9	abgelehnt
4.40	4000	4.10	7000			
4.60	4000	4.60	5000	36	2.0 ± 0.8	akzeptiert
4.40	4000	4.40	5000			
4.40	6000	4.40	7000	118	2.3 ± 0.9	abgelehnt
4.20	6000	4.20	7000			

Untersuchtes Viereck				N	Mittel	Hypothese
log g	T _{eff}	log g	T _{eff}		km/sec	
4.40	5000	4.40	7000	230	2.1±0.9	abgelehnt
4.20	5000	4.20	7000			
4.40	5800	4.40	6200	88	2.0±0.9	abgelehnt
4.20	5800	4.20	6200			
4.40	5000	4.40	6000	116	1.9±0.9	abgelehnt
4.20	5000	4.20	6000			
4.40	5000	4.40	6000	137	1.8±0.9	abgelehnt
4.00	5000	4.00	6000			
4.80	5000	4.80	6000	170	1.7±0.9	abgelehnt
3.95	5000	3.95	6000			
4.10	7000	4.10	10000	35	6.7±2.3	akzeptiert
3.90	7000	3.90	10000			
2.80	4000	2.80	5000	74	2.0±0.7	abgelehnt
2.60	4000	2.60	5000			
2.60	4000	2.60	5000	89	2.5±1.4	abgelehnt
2.40	4000	2.40	5000			
2.40	4000	3.00	5000	59	2.4±1.3	abgelehnt
2.00	4000	2.80	5000			
2.75	4000	2.75	5000	142	2.4±1.2	abgelehnt
2.35	4000	2.35	5000			
2.35	4000	2.35	5000	51	2.3±0.9	abgelehnt
1.80	4000	1.80	5000			
3.20	4000	3.20	5000	226	2.3±1.1	abgelehnt
1.80	4000	1.80	5000			
3.20	4000	3.20	5500	237	2.2±1.1	abgelehnt
1.80	4000	1.80	5500			
1.20	4000	2.20	7000	66	6.8±3.9	akzeptiert
0.50	4000	1.50	7000			
1.20	5000	1.20	10000	32	9.8±3.5	akzeptiert
0.50	5000	0.50	10000			
1.80	4000	1.80	6000	60	6.3±3.8	akzeptiert
0.50	4000	0.50	6000			
1.20	4000	1.20	10000	54	7.6±4.1	akzeptiert
0.50	4000	0.50	10000			

Dabei kennzeichnet die Angabe unter untersuchtes Viereck jeweils eines der Vierecke aus Bild 1, N den Stichprobenumfang, Mittel das arithmetische Mittel der Mikroturbulenzgeschwindigkeit [km/sec] mit der Standardabweichung und die Angabe zu Hypothese die Annahme oder Ablehnung der Hypothese der Normalverteilung der Meßwerte.

Die Tatsache, daß selbst in kleinen, dicht besetzten Rechtecken diese Hypothese abgelehnt wird, gestattet die folgende Aussage:

Zwischen den Beobachtungen gibt es erhebliche systematische Unterschiede, oder es handelt sich bei der Mikroturbulenz nicht um ein in dem jeweils untersuchten Viereck einheitliches physikalisches Phänomen, dessen Verhalten sich nur langsam in Abhängigkeit von Effektivtemperatur und Schwerebeschleunigung ändert (langsam gemessen an der Größe der Vierecke aus Bild 1).

Zumindest gemahnt dieses statistische Experiment zur Vorsicht im Umgang mit Mittelwerten und Standardabweichungen von Mikroturbulenzwerten.

Daß die Hypothese der Normalverteilung bei den unteren Rechtecken aus Bild 1, also bei Überriesen, mehrfach akzeptiert wird, bedeutet wohl im Licht der übrigen Ergebnisse nur, daß in diesen Fällen die zufälligen Fehler in der gleichen Größenordnung wie die systematischen liegen.

Wir wollen hier festhalten, daß die Übereinstimmung von Mikroturbulenzmessungen bei der Sonne noch unbefriedigend ist und Vergleiche mit der Theorie mit der entsprechenden Vorsicht vorgenommen werden sollten.

2.2.4. Temperaturschwankungen in der Granulation

Die meisten Messungen von Temperaturschwankungen in der Granulation beschäftigen sich nur mit dem quadratischen Mittelwert der Temperaturvariationen, wobei die Mittelung räumlich dreidimensional und zeitlich ist.

Die Ergebnisse sind uneinheitlich. Eine Übersicht findet man bei Deubner, Mattig (1975).

Drei Arbeiten, Wilson (1969), Altröck, Musman (1976) und Altröck (1976), versuchen die Tiefenabhängigkeit der Temperaturschwankungen zu bestimmen.

Die Ergebnisse von Wilson sind durch jüngere Messungen der Variation des granularen Kontrastes über die Sonnenscheibe widerlegt, wie Altröck, Musman überzeugend darlegen.

Ihre eigenen Aussagen unterschätzen aber die Temperaturschwankungen in der Granulation, denn sie vernachlässigen in ihrer Datenreduktion das begrenzte Auflösungsvermögen von 1" ihrer Aufnahmen.

Altröck benutzt zwar Aufnahmen mit wesentlich besserer Auflösung, korrigiert aber nur für das Auflösungsvermögen des Teleskops. Zudem enthält sein Datenmaterial systematische Fehler von bis zu 33 %, wie er anmerkt.

Somit sind auch seine Ergebnisse unzuverlässig.

Wir wollen versuchen, die untere Grenze des quadratischen Mittelwertes der Temperaturfluktuationen aufsteigender Granula in Abhängigkeit von der geometrischen Tiefe jeweils durch den Mittelwert aus den Angaben von Altröck und Altröck, Musman abzuschätzen. Man erhält:

Geometrische Tiefe ab optischer Tiefe 1	Untere Grenze der Temperaturfluktuation
[km]	[Kelvin]
-30	70
-20	140
0	280
20	430
40	580

Die Werte wurden Bild 2 von Altröck (1976) entnommen. Die Referenzwellenlänge der optischen Skala ist wiederum 5000 Å.

Es gibt Anzeichen dafür, daß die Temperaturdifferenz gegenüber der Umgebung sowohl der Granula als auch des intergranularen Materials in einer geometrischen Tiefe zwischen -100 km und 0 km ihr Vorzeichen wechselt (ausführlichere Diskussion bei Altrock, Musman).

Dies bestärkt unsere in 2.2.2. geäußerten Zweifel an den Aussagen von Loughhead, Bray (1975) über die Sichtbarkeit der Granula nahe dem Sonnenrand, denn die geometrische Tiefe -100 km entspricht bei der von Altrock, Musman benutzten Modellatmosphäre einer optischen Tiefe von etwa 0.18 (5000 Å).

2.2.5. Konvektiver Strom im Gebiet der Granulation

Nach Altrock, Musman (1976) und Altrock (1976) transportiert die Konvektion bei einer optischen Tiefe von 1 (5000 Å) 1 % bzw. 6 % der gesamten Energie.

Aus den in 2.2.4. genannten Gründen ist die erste Angabe sicherlich und die zweite wahrscheinlich eine Unterschätzung des wahren Wertes.

Edmonds (1974) gibt für den konvektiven Anteil am Energietransport einen Wert von 40 % an, doch in seiner Berechnung scheint ein erheblicher Fehler zu stecken.

Denn nach seinen Angaben über die Abhängigkeit des konvektiven Flusses von den quadratischen Mittelwerten der Schwankung der Intensität, der Geschwindigkeit und der Temperatur muß man annehmen, daß er den konvektiven Fluß um mindestens einen Faktor 5 unterschätzt oder seine Berechnung nicht stimmt oder die weiter oben zitierten Angaben zur Schwankung von Intensität, Geschwindigkeit und Temperatur ganz wesentlich zu groß sind. Denn er benutzt für diese Schwankungen deutlich kleinere Werte als die oben angegebenen.

Bevor nicht weitere Untersuchungen vorliegen, sollte man wohl von einem Anteil des konvektiven Flusses am gesamten Energiefluß von mindestens 6 % bei der optischen Tiefe 1 (5000 Å) ausgehen.

2.2.6. Entwicklung und Lebensdauer von Granula

Bis in jüngere Zeit wurde als mittlere Lebensdauer individueller Granula 8 Minuten angegeben (Allen (1973)).

Ein etwas detaillierteres Bild von der Entwicklung einzelner Granula gibt Mehlretter (1976).

Danach verläuft die Entwicklung in Gebieten von 2" - 4" Durchmesser nach folgendem Schema:

Ein zunächst kleines Granulum expandiert rasch zu einer großen Zelle, die in kleine bis mittelgroße Granula zerbricht. Zeitdauer des Gesamtvorganges 20 - 30 Minuten, Lebensdauer der Bruchstücke etwa 6 Minuten.

Die Beobachtungen von Labonte et al. (1975) scheinen in die gleiche Richtung zu deuten.

Demnach sind die Granula keine stationären Bénard-Zellen.

Inwieweit man die Vorgänge in der Granulation als statistisch im Sinne der Turbulenztheorie auffassen darf, können wohl erst weitere Zeitreihenbeobachtungen klären.

2.3. Die Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre

Die Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre wurde von Vernazza et al. (1976) ausführlich diskutiert. Wir begnügen uns deshalb mit zwei Anmerkungen.

Die von Vernazza et al. benutzten Randverdunklungsdaten wurden durch Messungen von Pierce et al. (1977a, 1977b) bis auf 0.5 % genau reproduziert; der Meßfehler liegt dabei bei etwa 1 %. Damit werden die Argumente für das Modell von Vernazza et al. gestärkt.

Die von Vernazza et al. angenommenen Geschwindigkeiten scheinen uns nach dem in 2.2. Gesagten wesentlich zu klein. Wir vermuten, daß ein realistischeres Geschwindigkeitsfeld zu merkbaren Änderungen in der Druckschichtung führen würde. Die Temperaturschichtung im Bereich (0.5,10) (Vernazza's optische Skala) dürfte aber dadurch kaum modifiziert werden.

Für die spätere Diskussion tabellieren wir hier die Temperaturwerte für die Modelle L und M von Vernazza et al. und die Harvard-Smithsonian-Reference-Atmosphäre (Gingerich et al. (1971)) (ab jetzt mit VL, VM und HSRA bezeichnet).

Der Nullpunkt der x-Skala ist bei uns der Punkt 0.5 der optischen Skala von VL, VM und HSRA, die positive x-Richtung deutet zum Sterninneren.

x	VL	VM	HSRA
Geom. Tiefe	Temperatur	Temperatur	Temperatur
[km]	[Kelvin]	[Kelvin]	[Kelvin]
0	5890	5930	5890
17.5	6100	6130	6100
36.3	6335	6365	6380
56.9	6610	6700	6995
79.1	6965	7245	8105
103.3	7430	7920	9100

Die Werte für VL wurden aus dem Bild bei Vernazza et al. ermittelt, die für VM und HSRA aus den jeweils gegebenen Tabellen interpoliert.

2.4. Sonnenradius

Der Sonnenradius ist eine recht bequem meßbare Größe; zur Prüfgröße für Konvektionsmodelle wird er aber nur auf einem relativ komplizierten Weg.

Berechnet man nämlich den Entwicklungsweg eines Sonnenmodells bis zum heutigen Sonnenstatus, so muß sich natürlich der jetzige Sonnenradius als Modellradius ergeben, wenn das Modell richtig sein soll.

Ein derartiges Programm wurde mehrfach durchgeführt, z.B. von Gough, Weiss (1976).

Wir vermögen die diesem Verfahren inhärenten Fehlerquellen nicht abzuschätzen. Es sind uns aber auch keine zuverlässigen Fehlerabschätzungen bekannt.

Vielmehr muß man aus zwei Bemerkungen bei Gough, Weiss schließen, daß die Methode zumindest zum Unterscheiden von Theorien ungeeignet ist, die für die Sonne eine ausgedehnte, fast überall adiabatisch geschichtete Konvektionszone voraussagen.

Denn einerseits sagen sie, daß die Leuchtkraft der Sonne bei verschiedenen Programmen um etwa 5 % differiert (oft benutzen diese Programme die gleichen Tabellen für Absorption, Energieerzeugungsrate etc.), d. h. der Radius wohl höchstens auf etwa 2.5 % genau berechnet werden kann.

Andererseits soll die Ersetzung einer Konvektionszone, die nach der Theorie von Henyey et al. (1965) gerechnet wird, durch eine rein adiabatische Schichtung den Radius nur um 2000 km ändern.

Übrigens führen Gough, Weiss aus, daß, bei der gegenwärtigen Beobachtungsgenauigkeit, sich auch die Radien von roten Riesen nicht zum Test von Konvektionstheorien nach dieser Methode eignen.

2.5. Pulsationen

Die Entdeckung von periodischen Geschwindigkeitsfluktuationen auf der Sonne mit Perioden zwischen 10 und 160 Minuten löste Überlegungen aus, ob die Perioden von Schwingungen Rückschlüsse auf die Struktur der Sonne zulassen. Die bisherige Antwort lautet, kanpp formuliert: Im Prinzip ja, aber nicht bei der heute erreichten Genauigkeit von Theorie und Beobachtung (Christensen-Dalsgaard, Gough (1976), Iben, Mahaffy (1976), Iben (1976)). Außerdem ist nicht erwiesen, daß die beobachteten Geschwindigkeitsveränderungen von Schwingungen der Sonne herrühren; es ist auch denkbar, daß es sich um Supergranulationseffekte handelt (Gough et al. (1976), Worden, Simon (1976)).

Im Zusammenhang mit der Interpretation der Beobachtungen als Pulsationen ist erwähnenswert, daß nach Iben, Mahaffy (1976) anscheinend bei der Sonne vor allem die radialen Moden angeregt sind, daß aber gerade deren Perioden nach Iben (1976) sehr stark von den Verhältnissen in den äußeren Schichten, d. h. dem äußeren Teil der Konvektionszone, abhängen.

Ferner scheinen die längeren unter den gefundenen Perioden, insbesondere die von Severny et al. (1976) angegebene Periode von 160 Minuten, gegebenenfalls die signifikantesten Indikatoren der internen Struktur darzustellen.

3. Allgemeine Voraussetzungen

Falls nicht explizit anders angemerkt, wird in dieser Arbeit für die jeweils betrachtete Sternatmosphäre folgendes vorausgesetzt:

- (3.1) Die Atmosphäre ist planparallel.
- (3.2) Das Medium verhält sich wie ein ideales Gas.
- (3.3) Es herrscht lokales thermodynamisches Gleichgewicht.
- (3.4) Die Schwerebeschleunigung in der Atmosphäre ist konstant.
- (3.5) Die Druckverteilung gehorcht einer quasihydrostatischen Gleichung, d. h. in der Bewegungsgleichung können explizite Zeitableitungen vernachlässigt werden.
- (3.6) Die Absorption von Strahlung durch Materie kann durch einen wellenlängenunabhängigen Absorptionskoeffizienten beschrieben werden (graue Atmosphäre).
- (3.7) Wärmeleitung und molekulare Reibung tragen nicht zum Energietransport bei.
- (3.8) Es gibt keine Magnetfelder.

4. Lokale Mischungswegtheorie

4.1. Modellvorstellung

Die in der Astrophysik meistbenutzte Methode zur Beschreibung von Konvektion (nicht Semikonvektion) fußt auf einer Idee von Prandtl.

Danach betrachtet man an jedem Punkt in einer konvektiv instabilen Schicht nur Gasballen eines mittleren Durchmessers D , die sich als Ganzes eine Strecke L , den Mischungsweg, der etwa gleich D ist, bewegen und dann auflösen.

Es wird dabei angenommen, daß Druckunterschiede zwischen dem Innern der Konvektionselemente und der Umgebung zu vernachlässigen sind.

Die lokale Mischungswegtheorie unterstellt darüber hinaus, daß sich sämtliche relevanten physikalischen Größen aus den Werten der Temperatur T und des Druckes P an dem betrachteten Punkt berechnen lassen.

4.2. Gleichungen der lokalen Mischungswegtheorie

Als unabhängige Variable benutzen wir die geometrische Tiefe x , bezogen auf einen beliebigen, aber festen Referenzpunkt.

Sei an einem Punkte x die Temperatur T und der Gasdruck P_g (Summe des Druckes von Elektronen, Ionen und neutralen Teilchen) gegeben.

Dann lassen sich daraus berechnen:

- (4.2.1) mittleres Molekulargewicht $\mu(T, P_g)$,
- (4.2.2) Absorptionskoeffizient $\kappa(T, P_g)$ pro Masseneinheit,
- (4.2.3) Dichte $\rho = \mu \cdot P_g / (R \cdot T)$,
wobei $R = 8.31434 \cdot 10^7$ [erg/(Kelvin·mol)] die Gas-
konstante ist,
- (4.2.4) $(d \log T / d \log P_g)_{ad}(T, P_g)$, der logarithmische
Gradient für adiabatische Zustandsänderungen,
- (4.2.5) $c_p(T, P_g)$ und $c_v(T, P_g)$, die spezifischen Wärmen
bei konstantem Druck bzw. Volumen pro Massen-
einheit.

Wir berücksichtigen den durch die Konvektion hervorgerufenen Strömungsdruck P_s , indem wir als Gesamtdruck P definieren:

$$(4.2.6) \quad P = P_g + P_s.$$

Der Strömungsdruck P_s berechnet sich aus Dichte ρ und mittlerer Konvektionsgeschwindigkeit $\bar{u}$:

$$(4.2.7) \quad P_s = \beta \cdot \rho \cdot \bar{u}^2,$$

dabei ist der Faktor β definiert durch

$$(4.2.8) \quad \beta = \overline{u^2} / \bar{u}^2$$

mit dem Mittelwert $\overline{u^2}$ des Quadrates der Strömungsgeschwindigkeit u .

β hängt somit von der Geschwindigkeitsverteilung ab; bei normalverteilten Geschwindigkeiten gilt $\beta = \pi/2$, bei einer Deltaverteilung hingegen $\beta = 1$.

Man kann versuchen, β auf folgendem Wege abzuschätzen:
Betrachtet werde ein Konvektionselement der Masse M und des Volumens V . Seine Geschwindigkeit u nach Zurücklegen eines Weges W läßt sich nach dem Energiesatz bei Vernachlässigung der Reibung berechnen:

$$(4.2.9) \quad 1/2 \cdot M \cdot u^2 = - \int_W g_{\text{eff}} \int_V \Delta \rho \, dv \, dw,$$

wobei die Integrationen sich über den Weg W und das Volumen V erstrecken und g_{eff} die effektive Schwerebeschleunigung ist,

$$(4.2.10) \quad g_{\text{eff}} = g - \kappa \cdot F_{\text{rad}}/c,$$

mit der Schwerebeschleunigung g , der Energiestromdichte F_{rad} der Strahlung und der Lichtgeschwindigkeit c , und $\Delta \rho$ die Dichtedifferenz zwischen dem Inneren des Konvektionselementes und der Umgebung bezeichnet.

Für $\Delta \rho(w)$, $0 \leq w \leq W$, gilt mit der Dichte ρ' im Inneren des Konvektionselementes:

$$(4.2.11) \quad \Delta \rho(w) = \int_w \frac{d}{dx} (\rho - \rho') \, dx.$$

Benutzt man die Zustandsgleichung des idealen Gases mit der Abkürzung

$$(4.2.12) \quad Q = 1 - \partial \log \mu / \partial \log T,$$

so ergibt sich

$$(4.2.13) \quad 1/2 \cdot M \cdot u^2 = \int_W g_{\text{eff}} \int_V \int_w \rho' \frac{Q}{T} \frac{d}{dx} (T - T') \, dv \, dx \, dw,$$

wobei Druckdifferenzen vernachlässigt wurden und T' die Innentemperatur im Konvektionselement ist.

Macht man nun die Lokalisierungsannahme, daß der Integrand ortsunabhängig ist, so ergibt sich:

$$(4.2.14) \quad u^2 = g_{\text{eff}} \cdot \frac{Q}{T} \cdot W^2 \cdot \frac{d}{dx}(T-T^*) \quad .$$

Ersetzt man noch die Mittelwertbildung im Geschwindigkeitsraum durch eine Mittelung entlang eines Mischungsweges L, so folgt:

$$\bar{u}^2 = \left(\frac{1}{L} \int_L u \, dx \right)^2 = \frac{3}{4} \bar{u}^2 \quad , \text{ also}$$

$$(4.2.15) \quad \beta = \frac{4}{3} \quad .$$

Für den Betrag der mittleren Konvektionsgeschwindigkeit $\bar{u}$ erhält man analog:

$$(4.2.16) \quad \bar{u} = \frac{1}{L} \int_L \left(g_{\text{eff}} \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{d}{dx}(T-T^*) \right)^{1/2} \cdot x \, dx$$

$$= \frac{L}{2} \cdot \left(g_{\text{eff}} \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{d}{dx}(T-T^*) \right)^{1/2} \quad .$$

In der bisherigen Betrachtung von β und $\bar{u}$ wurden die Reibungsverluste vernachlässigt. Man kann diese relativ grob durch einen Faktor 1/2 in der rechten Seite von (4.2.9) berücksichtigen (Mihalas (1970)). Dies läßt den Wert von β unverändert und ergibt einen zusätzlichen Faktor $\sqrt{1/2}$ für $\bar{u}$.

Nun ist im allgemeinen die Reibung ein geschwindigkeitsabhängiger Vorgang; da in unserem Fall die Geschwindigkeit in erster Näherung dem zurückgelegten Weg proportional ist, erscheint es etwas realistischer, statt der Konstanten 1/2 in die rechte Seite von (4.2.9) eine mit wachsendem Weg W abnehmende Gewichtsfunktion $f(W)$ einzuführen.

Wir benutzen eine Stufenfunktion mit der Eigenschaft:

$$\int_L f(x) \cdot g \cdot \Delta p \, dx = 1/2 \cdot \int_L g \cdot \Delta p \, dx$$

(mit der Lokalisierungsvoraussetzung von oben).

Eine derartige Funktion ist durch

$$\begin{aligned} f(W) &= 1 && \text{für } 0 \leq W \leq \frac{1}{3} L \\ f(W) &= f_0 && \text{für } \frac{1}{3} L < W \leq \frac{2}{3} L \\ f(W) &= f_0^2 && \text{für } \frac{2}{3} L < W \leq L \\ \text{mit } f_0 &= 0.59 \end{aligned}$$

definiert.

Für β und $\bar{u}$ erhält man analog zur obigen Rechnung (mit den gleichen Annahmen):

$$(4.2.17) \quad \beta = 1.24$$

$$(4.2.18) \quad \bar{u} = 0.41 \cdot L \cdot (g_{\text{eff}} \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{d}{dx} (T - T^*))^{1/2}.$$

In unseren Modellrechnungen haben wir stets diese Gleichungen für β und $\bar{u}$ benutzt.

Die Berechnung des Strömungsdruckes (4.2.7) reduziert sich somit auf die Berechnung des Mischungsweges L und der Differenz $d/dx(T - T^*)$.

Für L setzt man gewöhnlich voraus, daß mit der Skalenhöhe H des Gasdruckes,

$$(4.2.19) \quad H = R \cdot T / (g_{\text{eff}} \cdot \mu) ,$$

in der gesamten Atmosphäre

$$(4.2.20) \quad L/H = \text{const}$$

gilt. Meist wählt man $0.5 \leq L/H \leq 2$.

Oft wird die Bedingung (4.2.20) in der Nähe eines Randes einer Konvektionszone der Einschränkung unterworfen, daß L kleiner als der Abstand zum Rand sein muß (Böhm, Stückl (1967)). Wir haben dies nur in einigen explizit gekennzeichneten Fällen getan.

dT/dx läßt sich aus der Energiestromdichte F_{rad} der Strahlung und der optischen Tiefe τ näherungsweise berechnen (Unsöld (1955)):

$$(4.2.21) \quad F_{\text{rad}} = \sigma \cdot \left(\frac{4 \cdot T^3}{\kappa \cdot \rho} \cdot \left\{ \frac{4}{3} (1 - \tau \cdot E_3(\tau)) - \frac{2}{3} e^{-\tau} \right\} \cdot \frac{dT}{dx} + 2 \cdot T^4 \cdot E_3(\tau) \right),$$

wobei σ die Konstante des Stefan-Boltzmann'schen Gesetzes, $\sigma = 5.66961 \cdot 10^{-5}$ [erg cm⁻² sec⁻¹ Kelvin⁻⁴] und E_3 die 3. Integralexponentialfunktion bedeuten.

Es sei angemerkt, daß (4.2.21) wegen des Auftretens von τ nicht lokal im Sinne von 4.1. ist, doch empfiehlt sich die Verwendung von (4.2.21) insbesondere im Gebiet $0.5 < \tau < 1$. Denn im Fall reinen Strahlungsgleichgewichts hat der nach (4.2.21) berechnete Gradient dT/dx folgende relative Fehler gegenüber dem exakten Temperaturgradienten einer grauen Atmosphäre:

$$\begin{aligned} &< 2.5 \% \quad \text{für } \tau = 0.5 \\ &< 0.5 \% \quad \text{für } \tau = 1. \end{aligned}$$

Der relative Fehler ist für $\tau > 0.5$ monoton fallend.

Die statt (4.2.21) meist benutzte, lokale Formel

$$(4.2.22) \quad F_{\text{rad}} = 16/3 \cdot \sigma T^3 \cdot dT/d\tau$$

hat, gemessen an der exakten Lösung der grauen Näherung, im Intervall $(0.5, 1)$ wesentlich größere relative Fehler, bei $\tau = 0.5$ z.B. etwa 9%.

Demgegenüber ist bei der Sonne der relative Fehler in $dT/d\tau$ einer grauen Atmosphäre, verglichen mit dem Temperaturgradienten in VM (siehe 2.3.), bei $\tau = 0.5$ nur 2.8%.

Die Strahlungsstromdichte F_{rad} läßt sich aus gesamter Energiestromdichte F_{total} und Energiestromdichte F_{konv} mit

$$(4.2.23) \quad \sigma \cdot T_{\text{eff}}^4 = F_{\text{total}} = F_{\text{rad}} + F_{\text{konv}}$$

berechnen, wobei T_{eff} die Effektivtemperatur bedeutet und F_{konv} sich aus

$$(4.2.24) \quad F_{\text{konv}} = c_p \cdot \rho \cdot \bar{u} \cdot \frac{1}{V} \cdot \int_V \int_W \frac{d}{dx} (T - T') \, dx \, dv$$

ergibt. Dabei erstrecken sich die Integrationen über das mittlere Volumen V eines Konvektionselementes bzw. den mittleren zurückgelegten Weg W .

Setzt man wiederum voraus, daß der Integrand ortsunabhängig ist und nimmt darüber hinaus an, daß alle Entstehungsorte entlang eines Mischungsweges gleich wahrscheinlich sind, also $W = L/2$ gilt, so folgt:

$$(4.2.25) \quad F_{\text{konv}} = \frac{L}{2} \cdot c_p \cdot \rho \cdot \bar{u} \cdot \frac{d}{dx} (T - T').$$

Zum Schließen unseres Gleichungssystems ist somit nur noch die Berechnung von dT'/dx nötig.

Die Beziehung zwischen T , T' und T_{ad} , wobei T_{ad} die Innentemperatur eines sich adiabatisch verändernden Elementes ist, wird meist aus der Energiebilanz eines Konvektionselementes abgeleitet (siehe z.B. Unsöld (1955)). Dabei ist die Strahlungswechselwirkung eines Elementes mit seiner Umgebung (wir wollen dies seine Abstrahlung nennen) zu berechnen; eine exakte Behandlung dieses Problems würde einen im Rahmen der Mischungswegtheorie unsinnigen Aufwand bedeuten. Man begnügt sich daher damit, den sich infolge der Abstrahlung ergebenden Temperaturverlauf im Konvektionselement durch eine geeignet erscheinende Funktion zu approximieren und daraus die zu- oder abgestrahlte Energie zu berechnen.

Wie in Teil 5.2. gezeigt wird, hängen die Ergebnisse im Fall der Sonne von der jeweils angenommenen Temperaturverteilung im Inneren der Konvektionselemente ab. Es sei betont, daß hierin ein wesentliches Unsicherheitsmoment der Mischungswegtheorie liegt.

Böhm-Vitense (1953) und Mihalas (1967) setzen für optisch dicke Elemente eine in der optischen Tiefe lineare Temperaturverteilung voraus, während Wellmann (1961) die Strahlungswechselwirkung eines isothermen, kugelförmigen Elementes mit einer isothermen Umgebung berechnet. Henyey et al. (1965) gehen von einer Verteilung

$$(T^4 - T^4_0)(z) = (T^4 - T^4_0)_0 \frac{R}{\pi \cdot z} \sin\left(\frac{\pi \cdot z}{R}\right)$$

aus, wobei R der Radius, z der geometrische Abstand vom Mittelpunkt und $(T^4 - T^4_0)_0$ die Differenz für den Mittelpunkt des Elementes sind.

Hinter diesen Annahmen stehen wohl verschiedene Vorstellungen vom Wechselspiel der beiden, die Temperaturverteilung im Inneren eines Konvektionselementes bestimmenden Vorgänge.

Denn einerseits sorgt die Bewegung des Elementes für ein Anwachsen der Temperaturdifferenz zwischen Element und Umgebung; andererseits wirkt die infolge der Temperaturdifferenz einsetzende Zu- oder Abstrahlung dieser entgegen und sorgt für die Ausbildung eines Temperaturgradienten im Konvektionselement.

Die Temperaturmodelle von Wellmann einerseits und Böhm-Vitense, Mihalas und Henyey et al. andererseits betonen jeweils die beiden Grenzfälle: bei Wellmann wird der Temperaturgradient vernachlässigt, während er bei den anderen Autoren als so extrem vorausgesetzt wird, daß zumindest am Rand des Elementes der die Temperaturerhöhung bewirkende Mechanismus nicht berücksichtigt wird.

Bei diesen Betrachtungen wird von differentiellen Strömungen innerhalb der Konvektionselemente abgesehen. Sie könnten sowohl zur Verstärkung als auch zum Ausgleich des internen Temperaturgradienten führen. Es erscheint aber nicht sinnvoll, die simple Modellvorstellung der Mischungswegtheorie in speziellen Details zu stark auszubauen.

Für die Beziehung zwischen T, T' und T_{ad} erhält man:

$$(4.2.27) \quad \gamma := \frac{\frac{d}{dx} (T' - T)}{\frac{d}{dx} (T_{ad} - T')} = \frac{c_p \cdot \rho \cdot \bar{u}}{8 \cdot \sigma \cdot T^3 f(\tau_e)} \frac{R}{L}$$

und somit:

$$(4.2.28) \quad \frac{d}{dx} (T - T') = \frac{\gamma}{\gamma + 1} \frac{d}{dx} (T - T_{ad}) .$$

Dabei ist

$$(4.2.29) \quad f(\tau_e) = 3/4 \cdot (1 + 2((1 + \tau_e) \cdot e^{-\tau_e} - 1) / \tau_e^2)$$

nach Wellmann, während sich die Abschätzungen von Böhm-Vitense, Mihalas und Henyey et al. zu der Interpolationsformel

$$(4.2.30) \quad f(\tau_e) = \frac{\tau_e}{1 + \phi \cdot \tau_e^2}$$

zusammenfassen lassen, wobei für

Böhm-Vitense $\phi = 1$

Mihalas $\phi = 0.5$

Henyey et al. $\phi = 3/(4 \cdot \pi^2)$

zu setzen ist und τ_e durch

$$\tau_e = 2 \cdot \kappa \cdot \rho \cdot R$$

definiert ist.

Während nach beiden Formeln $f(\tau_e)$ für kleine optische Tiefen τ_e proportional zu τ_e wird, ist das Grenzverhalten von $f(\tau_e)$ für große τ_e nach (4.2.29) und (4.2.30) verschieden. Es gilt

$$\begin{aligned} & f(\tau_e) \rightarrow 3/4 \quad \text{für } \tau_e \rightarrow \infty \quad \text{bei (4.2.29)} \\ \text{und} \quad & f(\tau_e) \rightarrow 0 \quad \text{für } \tau_e \rightarrow \infty \quad \text{bei (4.2.30)} \end{aligned}$$

Gemeinsam ist den besprochenen Formeln für $f(\tau_e)$, daß zu ihrer Herleitung zunächst eine Annahme über die Temperaturverteilung im Inneren eines Konvektionselementes gemacht wird und dann $f(\tau_e)$ berechnet wird.

Es erscheint demgegenüber sinnvoller, schon für die Temperaturverteilung im Konvektionselement Information aus der Strahlungstransporttheorie zu verwenden. Dies soll im folgenden versucht werden.

Spiegel (1957) untersucht die Strahlungsdämpfung von infinitesimalen Temperaturstörungen in einem unendlichen, homogenen Medium.

Er erhält eine Beziehung zwischen der charakteristischen Ausdehnung $\bar{x}$ einer Störung und ihrer charakteristischen Abklingzeit $\bar{t}$ der Form

$$(4.2.31) \quad 1/\bar{t} = 16 \cdot \sigma \cdot \kappa \cdot T^3 \cdot (1 - \bar{t} \cdot \arctan(\bar{t})) / c_v \quad \text{mit } \bar{t} = \kappa \cdot \rho \cdot \bar{x}.$$

Nun ist zwar sicherlich ein Konvektionselement in z.B. der Sonne keine infinitesimale Störung in einem unendlich ausgedehnten, homogenen Medium, aber man kann hoffen, daß (4.2.31) eine im Rahmen der Mischungswegtheorie brauchbare Abhängigkeit der Temperaturverteilung in einem Konvektionselement von den Entwicklungszeiten dieses Konvektionselementes liefert.

Daher machen wir die Annahme, daß für die Temperatur T' im Innern eines Konvektionselementes

$$(4.2.32) \quad T - T'(\tau_i) = (T - T_{ad}) \cdot (1 - \exp(-\tau_i/\tau_c))$$

gilt, wobei τ_i die vom Rande des Konvektionselementes radial nach innen gezählte optische Tiefe ist und die charakteristische optische Tiefe τ_c sich analog (4.2.31) aus

$$(4.2.33) \quad 2 \cdot \bar{u}/L = 16 \cdot \sigma \cdot \kappa \cdot T^3 \cdot (1 - \tau_c \cdot \arctan(\tau_c)) / c_v$$

berechnet; dabei wird als charakteristische Zeit ($\bar{\tau}$ in (4.2.31)) das Verhältnis von mittlerem zurückgelegtem Weg $L/2$ zu mittlerer Konvektionsgeschwindigkeit $\bar{u}$ benutzt.

Damit läßt sich die Volumenintegration in (4.2.13) für kugelförmige Elemente analytisch durchführen. Unter der Annahme, daß die Masse eines Konvektionselementes entlang des Mischungsweges konstant bleibt, folgt für die Konvektionsgeschwindigkeit u nach Zurücklegen eines Weges W :

$$(4.2.34) \quad \frac{1}{2} \cdot u^2 = \int_W g_{eff} \int_w A \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{d}{dx} (T - T_{ad}) \, dx \, dw$$

mit
$$A = 1 - \frac{3}{a} + \frac{6}{a^2} - \frac{6}{a^3} (1 - \exp(-a))$$

mit
$$a = \kappa \cdot \rho \cdot R / \tau_c$$

Setzt man wiederum voraus, daß der Integrand unabhängig vom Ort ist und alle Entstehungsorte gleich wahrscheinlich sind und berücksichtigt die Reibung wie in (4.2.18), so ergibt sich für die mittlere Konvektionsgeschwindigkeit:

$$(4.2.35) \quad \bar{u} = 0.41 \cdot L \cdot (g_{eff} \cdot A \cdot \frac{Q}{T} \cdot \frac{d}{dx} (T - T_{ad}))^{1/2} .$$

Die Gleichung (4.2.24) für F_{konv} geht für Kugelelemente mit (4.2.32) über in

$$(4.2.36) \quad F_{\text{konv}} = c_p \cdot \rho \cdot \bar{u} \cdot A \int_W \frac{d}{dx} (T - T_{\text{ad}}) dx$$

und mit den gleichen Voraussetzungen wie oben erhält man

$$(4.2.37) \quad F_{\text{konv}} = \frac{L}{2} \cdot c_p \cdot \rho \cdot \bar{u} \cdot A \cdot \frac{d}{dx} (T - T_{\text{ad}}) \quad .$$

Für die Änderung von τ und P mit x gilt schließlich

$$(4.2.38) \quad \frac{d\tau}{dx} = \rho \cdot \kappa$$

$$(4.2.39) \quad \frac{dP}{dx} = \rho \cdot g_{\text{eff}} \quad ,$$

während (4.2.21) die Differentialgleichung für T liefert.

Damit sind die Gleichungen der lokalen Mischungswegtheorie vollständig.

4.3. Schwierigkeiten, die durch die Berücksichtigung des Strömungsdruckes entstehen

In der Literatur über Mischungswegtheorie wird die Unterscheidung zwischen Gesamtdruck P und Gasdruck P_g meist nicht konsequent durchgeführt.

In unserer Fassung der Mischungswegtheorie führt die Tatsache, daß bei Vorhandensein von Strömungen $P \neq P_g$ ist, zu folgenden Schwierigkeiten:

- i) Der Gasdruck P_g muß iterativ bestimmt werden. Da das zu lösende Gleichungssystem nichtlinear ist, hängt es durchaus von den Einzelheiten der Rechenmethode ab, ob eine numerisch "harmlose" Iteration entsteht oder nicht.
- ii) In 4.2. wird die Ableitung dT_{ad}/dx der hypothetischen adiabatischen Temperatur benötigt. Aus den Relationen der Thermodynamik erhält man aber nur die Größe $d \log T_{ad} / d \log P_g$. Die Berechnung der zur Nachdifferentiation nötigen Ableitung des Gasdruckes nach der geometrischen Tiefe ist numerisch nicht unproblematisch. Ein Versuch, sie in die bei i) genannte Iteration zu integrieren, scheiterte. Die von uns schließlich benutzte Methode wird in 4.4.2. erläutert.

Eine von unserer Variante der lokalen Mischungswegtheorie abweichende Formulierung, die den Strömungsdruck ebenfalls korrekt im Rahmen einer quasihydrostatischen Näherung behandelt und die genannten Schwierigkeiten vermeidet, stammt von Wellmann (1961).

4.4. Einzelheiten der Rechnung

4.4.1. Thermodynamische Funktionen

Die Größen c_p , c_v und $d \log T_{ad} / d \log P_g$ wurden jeweils nach den bei Mihalas (1967) angegebenen Formeln unter Berücksichtigung der Wasserstoff- und der beiden Helium-ionisationen und der Strahlung berechnet.

Das Molekulargewicht und der Rosseland-Mittelwert des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten und Q (siehe (4.2.12)) wurden durch kubische Splineinterpolation in Tabellen von Groth (priv. Mitt.) ermittelt. Der durch die Interpolation bedingte relative Fehler ist im Mittel 0.002, also fast überall kleiner als der physikalisch bedingte.

4.4.2. Bestimmung der Ableitung des Strömungsdrucks

Die Ortsableitung $d P_s / dx$ des Strömungsdrucks wurde iterativ berechnet; zu einem vorgegebenen Verlauf von $d P_s / dx$ im gesamten betrachteten Bereich wurde das Gleichungssystem aus 4.2. für die ganze Atmosphäre gelöst; danach wurde $d P_s / dx$ aus einer kubischen Splineinterpolation von P_s berechnet. In einigen Fällen mußte diese Iteration gedämpft werden, d. h. es wurde gesetzt:

$$\frac{d P_s}{dx}_{\text{neu}} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d P_s}{dx}_{\text{neu}} + \frac{d P_s}{dx}_{\text{alt}} \right) .$$

Die Iteration wurde bis zu einer relativen Genauigkeit von 0.001 in dT/dx an jedem Stützpunkt durchgeführt. Dazu genügen meist 2 - 4 Iterationsschritte, wobei als Anfangsnäherung $dP_s/dx \equiv 0$ diente.

4.4.3. Das Differentialgleichungssystem

Nach 4.2. hat man ein System von drei gewöhnlichen Differentialgleichungen zu lösen, nämlich (4.2.21) für die Temperatur, (4.2.39) für den Gesamtdruck und (4.2.38) für die optische Tiefe.

Wir haben diesem System eine durch $d/dx \bar{P}_g = d/dx(P - P_s)$ (siehe 4.4.2.) angenäherte Differentialgleichung für den Gasdruck P_g hinzugefügt, um jeweils eine Anfangsnäherung für die Gasdruck-Iteration (siehe 4.4.4.) zu gewinnen.

Das System wurde mit einem Runge-Kutta-Verfahren dritter Ordnung mit automatischer Schrittweitensteuerung integriert. Die relative Genauigkeitsschranke für die Temperatur und den Gesamtdruck wurde anfangs auf 0.000 01 gesetzt und dann bei jedem Schritt um 0.000 04 erhöht. Proberechnungen ergaben, daß die relativen numerischen Fehler in Temperatur und Gesamtdruck bei unseren Modellen überall kleiner als 0.001 bleiben.

Die Differentialgleichung für die optische Tiefe wurde für Werte kleiner als 1000 mit der gleichen Genauigkeitsforderung wie für Temperatur und Gesamtdruck gelöst; ab der optischen Tiefe 1000 wurde die relative Genauigkeitsschranke auf 1 gesetzt.

Die Näherungsgleichung für den Gasdruck wurde mit einer um ein bis zwei Zehnerpotenzen geringeren Genauigkeit integriert als die Gleichung für den Gesamtdruck.

4.4.4. Die Iteration zur Bestimmung des Gasdruckes

Die Lösung des in 4.4.3. genannten Differentialgleichungssystems lieferte zu gegebenem Ort x Werte für die Temperatur T , den Gesamtdruck P und die optische Tiefe τ sowie einen Näherungswert für den Gasdruck P_g .

Damit wurde geprüft, ob an diesem Ort nach dem Schwarzschild-Kriterium konvektive Instabilität herrscht.

Falls nein, wurde $P_g + P$ gesetzt.

Falls ja, wurde eine iterative Bestimmung von P_g durchgeführt:

Zu einem Näherungswert von P_g wurde nach (4.2.6) und (4.2.7)

$$\bar{u} = \sqrt{(P - P_g)/(\beta \cdot \rho)}$$

berechnet. Daraus folgte nach (4.2.27) γ beziehungsweise nach (4.2.33), (4.2.34) A. Damit wurde dT/dx gemäß (4.2.18) beziehungsweise (4.2.35) berechnet. Dies wurde in die Gleichung für F_{konv} eingesetzt und schließlich ein neuer Wert für $\bar{u}$ und somit für P_g aus

$$\bar{u} = (0.34 \cdot F_{\text{konv}} \cdot L \cdot Q \cdot g_{\text{eff}} / (c_p \cdot T \cdot \rho))^{1/3}$$

gewonnen.

Die Iteration wurde bis zu einer relativen Genauigkeit von 10^{-7} in P_g durchgeführt, da der Fixpunkt für P_g nicht immer gut definiert war.

Zur Konvergenzverbesserung wurde eine auf einem Sekantenverfahren basierende Methode entwickelt.

Bei fixiertem P_g ist die Berechnung der Ableitungen für τ , T und P nach den oben angegebenen Gleichungen trivial.

5. Ergebnisse der lokalen Mischungswegtheorie

5.1. Vorbemerkungen

Die in 4.2. dargestellten Gleichungen repräsentieren nur die meist benutzte Form der lokalen Mischungswegtheorie. Einige Terme in diesen Gleichungen sind durchaus umstritten. Eine Diskussion dazu findet man in Henyey et al. (1965) und Ergma et al. (1971).

Wir werden nur die Themen besprechen, die in den genannten Arbeiten nicht behandelt werden. Es sei aber angemerkt, daß die Schlußfolgerungen von Ergma et al. uns nicht sehr sicher erscheinen, weil sie in ihren Rechnungen den Strömungsdruck vernachlässigen und die Strahlungsbeschleunigung falsch ansetzen.

Wir beschränken unsere Betrachtung auf einige Modelle der Sonne. Diese sind in Anhang 2 tabelliert.

Wir diskutieren folgende Themen:

die Behandlung des Mischungsweges am Rand der Konvektionszone

Aspekte der Abstrahlung der Konvektionselemente

der Einfluß des Strömungsdruckes

das Auftreten einer Dichteinversion

die Selbstkonsistenz der lokalen Mischungswegtheorie.

5.2. Der Mischungsweg am oberen Rand der Konvektionszone

Böhm, Stückl (1967) forderten, daß bei Berechnungen der Konvektionszone der Sonne mit lokaler Mischungswegtheorie der Mischungsweg stets kleiner als der Abstand zum Rand der Konvektionszone sein müsse.

Sie begründeten das damit, daß am Rande der Konvektionszone die Geschwindigkeit drastisch abfalle.

Zwei in Teil 2 angeführte Beobachtungsergebnisse widerlegen dieses Argument:

- i) Das Auftreten der Granulen in geringen optischen Tiefen deutet auf ein Überschießen der Konvektion um ein bis zwei Skalenhöhen des Druckes (gemessen am Rande der Konvektionszone).
- ii) Die beträchtlichen granularen Geschwindigkeiten.

Die beschriebene Einschränkung erscheint uns daher unbegründet.

Den Effekt der Behandlung des Mischungswegs nach Böhm, Stückl zeigen die Bilder 2 - 5. Bei den Modellen 3 und 19 sind die in Teil 4 freigelassenen Parameter folgendermaßen besetzt:

Radius der Elemente/Mischungsweglänge = 0.5

Abstrahlung der Konvektionselemente nach unseren Gleichungen (4.2.32), (4.2.33).

In Modell 3 ist die Mischungsweglänge überall gleich dem 1.5-fachen der Skalenhöhe des Gasdruckes, in Modell 19 kommt die Einschränkung nach Böhm, Stückl dazu.

Offenbar unterscheiden sich die Modelle drastisch. Dabei ist nach Vergleich mit VM und HSRA (siehe 2.3.) Modell 19 zu verwerfen (Bild 3). Die Temperaturschichtung des Modelles 3 entspricht der von HSRA und ist somit akzeptabel.

Erwähnenswert ist die viel stärkere Ausprägung der Dichteinversion in Modell 19 relativ zu Modell 3.

BILD 2

TEMPERATUR

MODELL (SYM) : 3(-) | 19(+)

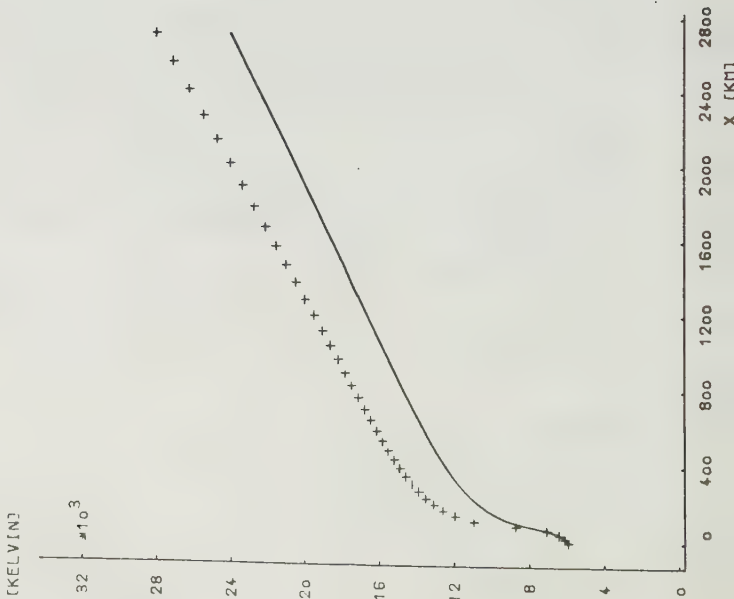


BILD 3

TEMPERATUR

MODELL (SYM) : 3(-) | 19(+)

VL (◇) | VM (△) | HSRA (✱)

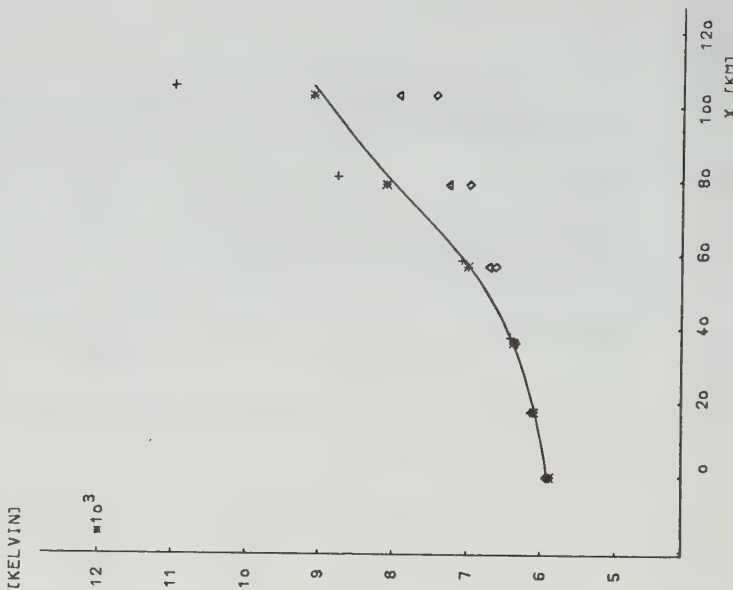


BILD 4

GASDRUCK

MODELL (SYM) : 3 (-) 19 (+)

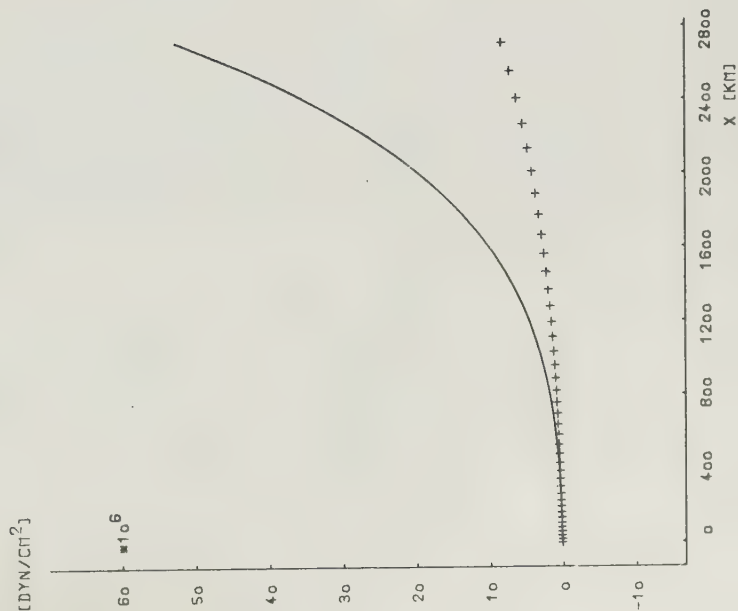
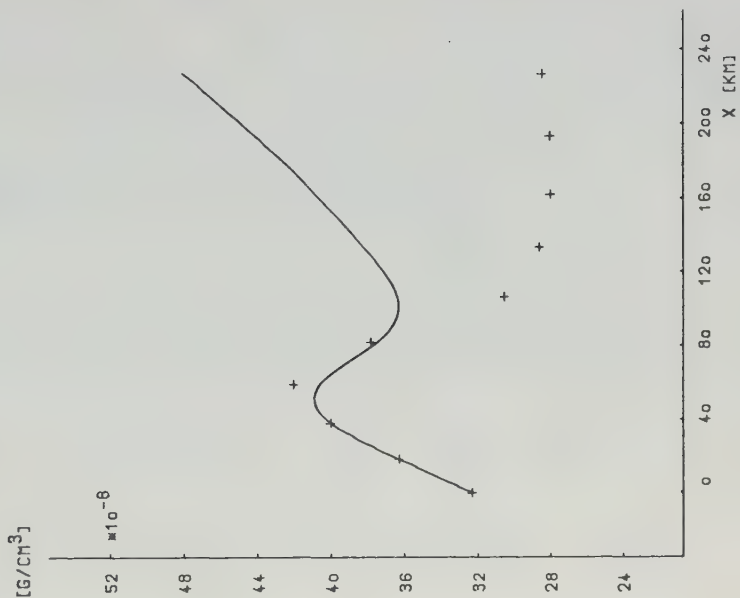


BILD 5

DICHTE

MODELL (SYM) : 3 (-) 19 (+)



5.3. Die Abstrahlung der Konvektionselemente

Wie in 4.2. ausgeführt wurde, ist die Berücksichtigung der Strahlungsverluste der Konvektionselemente nur in grober Näherung möglich.

Um die daraus resultierende Unsicherheit für ein Sonnenmodell abschätzen zu können, wurden folgende Modelle berechnet:

Modell	L/H_{pg}	R/L	Abstrahlung
3	1.5	0.5	gemäß (4.2.32), (4.2.33)
5	1.5	0.5	Mihalas
7	1.5	0.5	Heney
9	1.5	0.5	Wellmann
11	3	1	gemäß (4.2.32), 4.2.33)
13	3	1	Mihalas
15	3	1	Heney
17	3	1	Wellmann

Zum Vergleich der Ergebnisse dienen die Bilder 6 - 21.

Auffällig ist die Übereinstimmung der Modelle 3 und 7 bzw. 11 und 15. Die Modelle 5 bzw. 13 weichen davon jeweils nicht allzu sehr ab, während Modell 9 sich ganz anders verhält als 3, 5 und 7 und auch 17 sich von 11; 13 und 15 sehr deutlich unterscheidet.

Modell 9 hat zwei Konvektionszonen:

Die erste endet bei knapp 800 km, während die zweite bei etwa 2000 km beginnt und bis über 3100 km hinausreicht. Der konvektive Fluß ist aber nur bis ca. 200 km größer als 1 % des gesamten Energieflusses.

BILD 6

TEMPERATUR

MODELL (SYM) : 3(-) | 5(+) | 7(x) | 9(□)

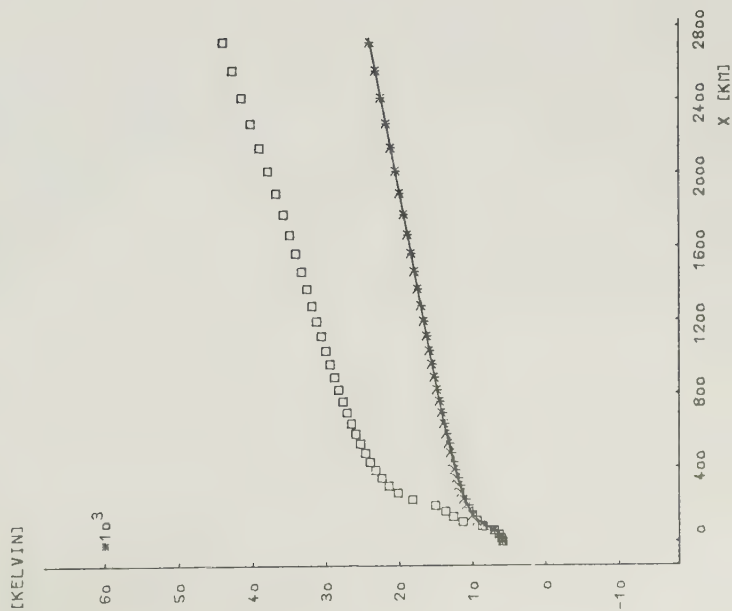


BILD 7

TEMPERATUR

MODELL (SYM) : 3(-) | 5(+) | 7(x) | 9(□)

VL(○) | VM(△) | HSRA(✱)

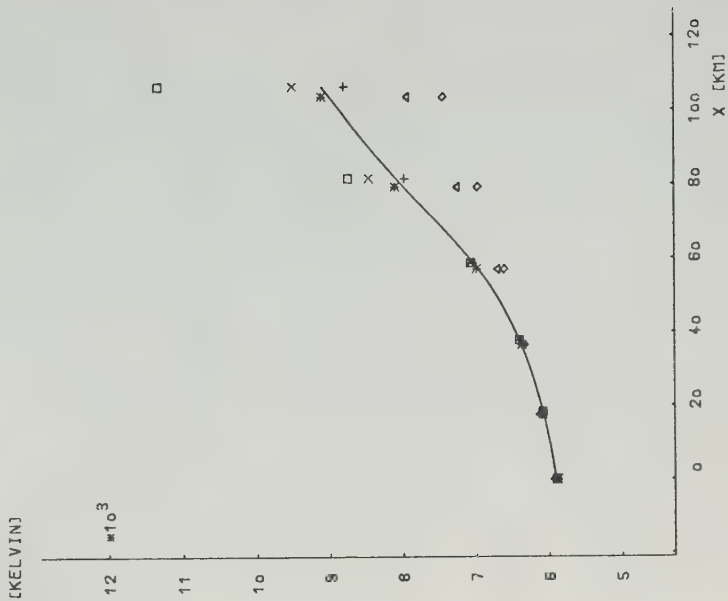


BILD 8

GASDRUCK

MODELL (SYM) : 3 (-) | 5 (+) | 7 (x) | 9 (o)

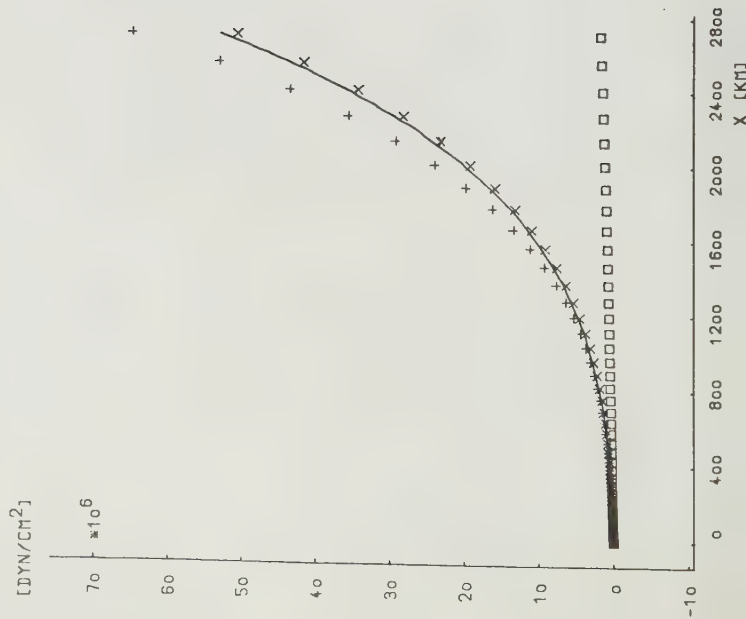


BILD 9

DICHTE

MODELL (SYM) : 3 (-) | 5 (+) | 7 (x) | 9 (o)

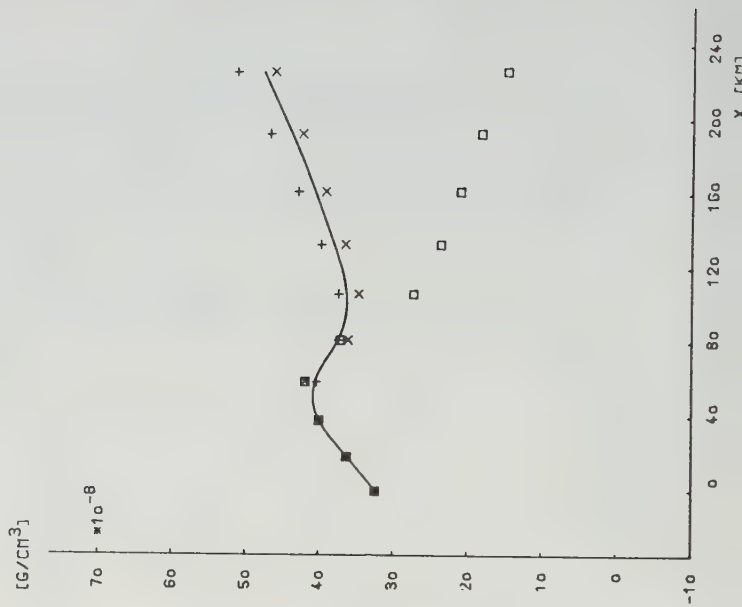


BILD 10

U (KONV)

MODELL (SYM) : 3 (-) | 5 (+) | 7 (x) | 9 (□)

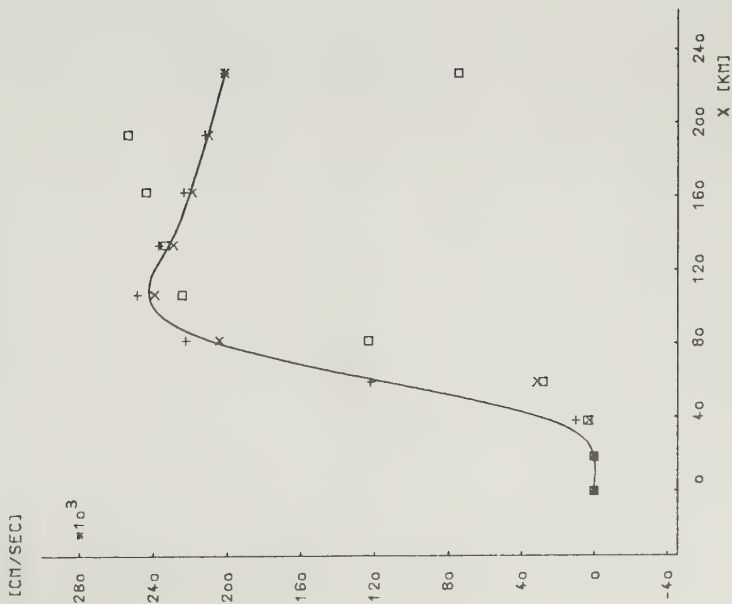


BILD 11

TEMPERATURDIFF. ELEMENT ZU UMGEBUNG

MODELL (SYM) : 3 (-) | 5 (+) | 7 (x) | 9 (□)

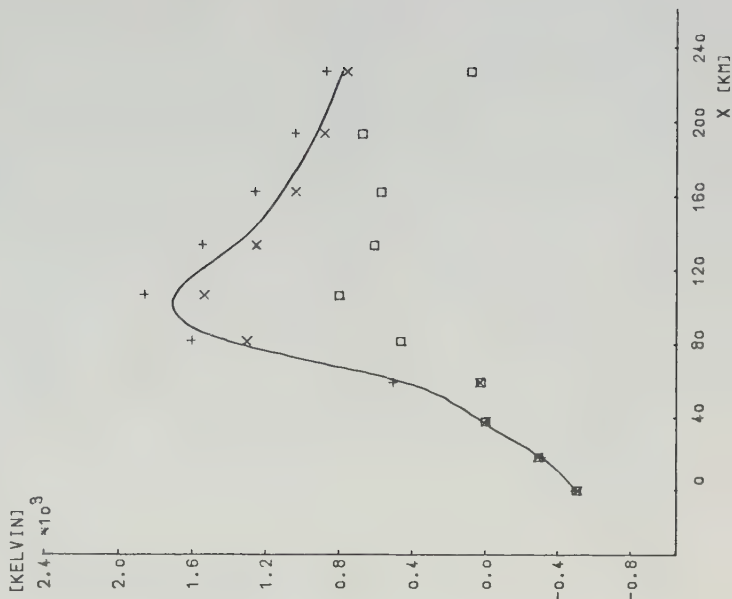


BILD 12

F (KONV) / F (TOTAL)

MODELL (SYM) : 3 (-) | 5 (+) | 7 (x) | 9 (□)

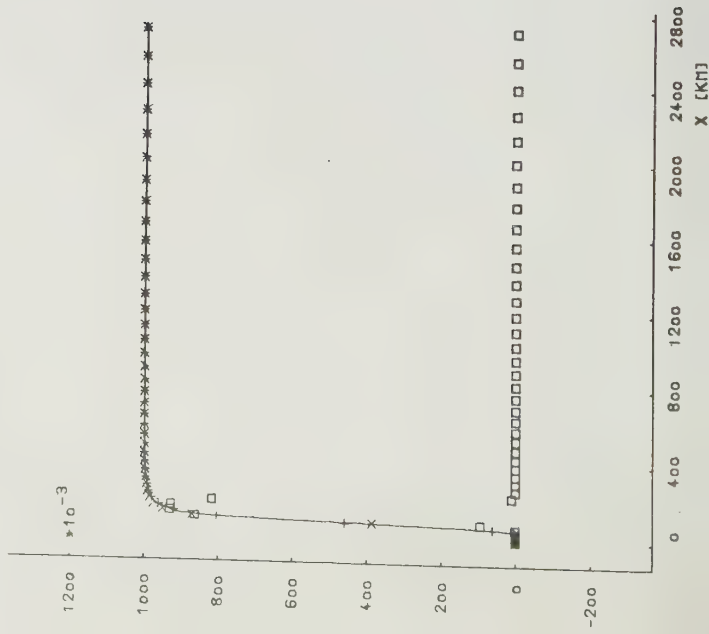


BILD 13

F (KONV) / F (TOTAL)

MODELL (SYM) : 3 (-) | 5 (+) | 7 (x) | 9 (□)

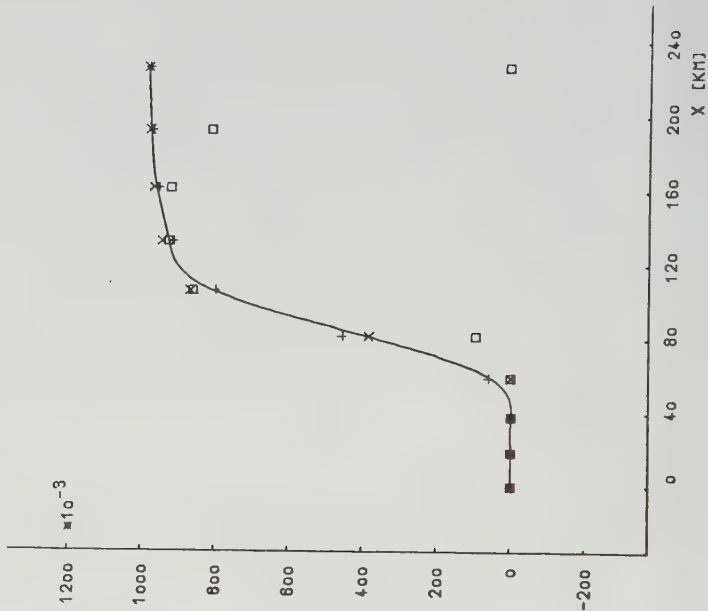


BILD 14

TEMPERATUR

MODELL (SYM) : 11(-) | 13(+) | 15(x) | 17(□)

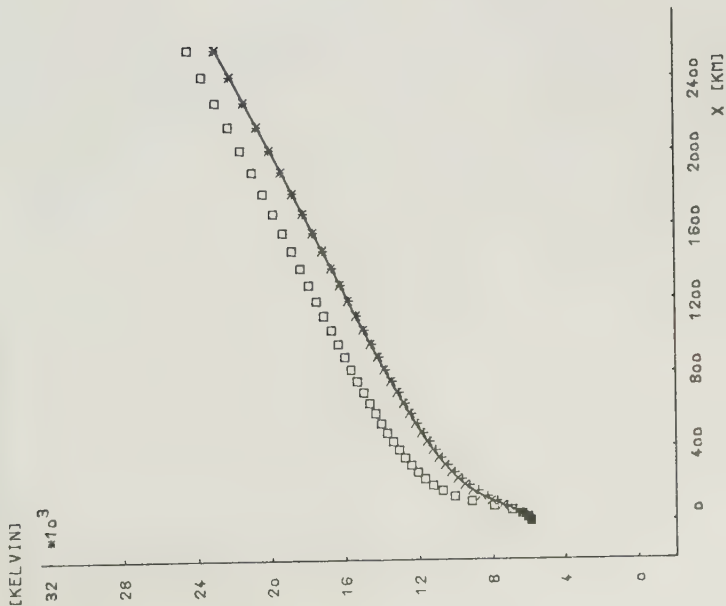


BILD 15

TEMPERATUR

MODELL (SYM) : 11(-) | 13(+) | 15(x) | 17(□)

VL(◇) | VM(△) | HSRA(*)

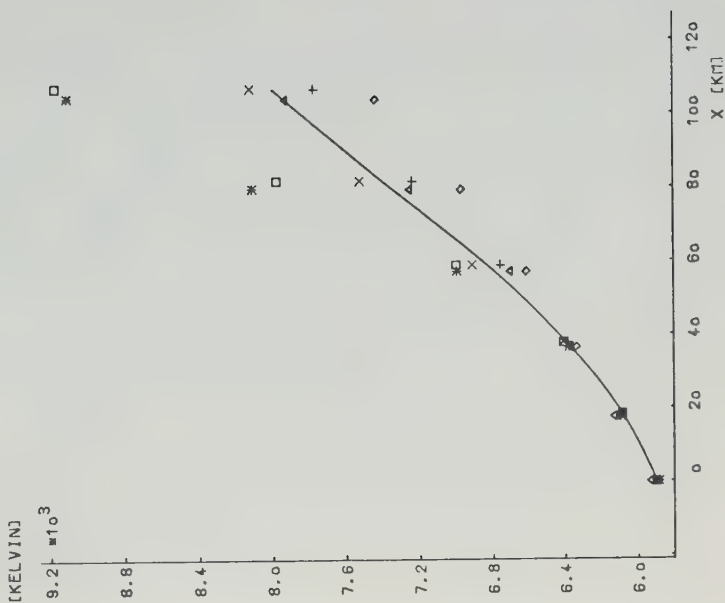


BILD 16

GASDRUCK

MODELL (SYM) • 11 (-) | 13 (+) | 15 (X) | 17 (□)

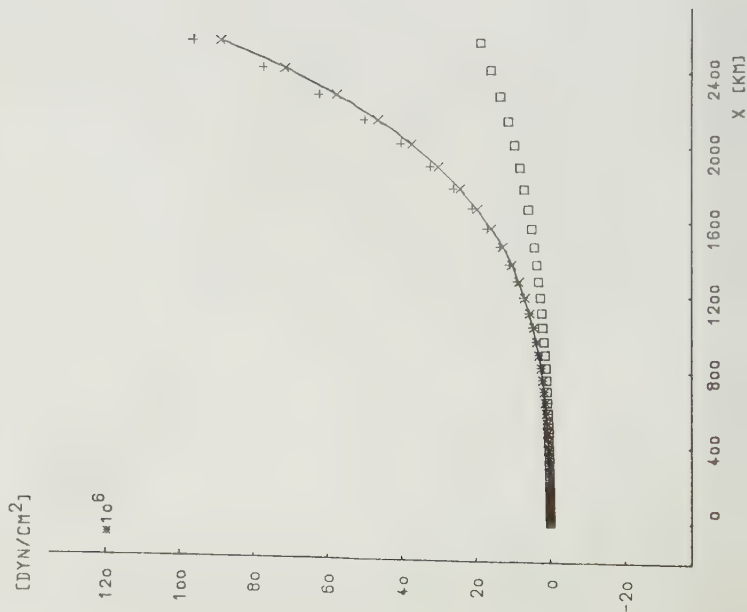


BILD 17

DICHTE

MODELL (SYM) • 11 (-) | 13 (+) | 15 (X) | 17 (□)

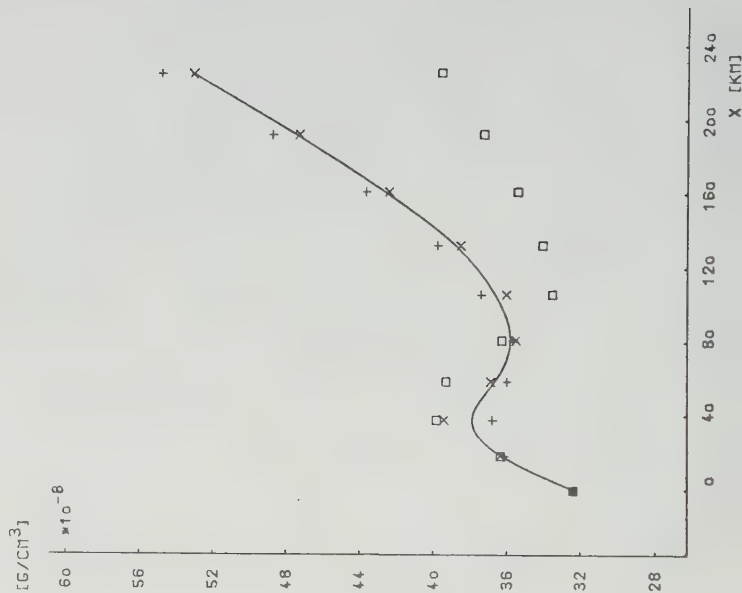


BILD 18

U (KONV)

MODELL (SYM) : 11 (-) | 13 (+) | 15 (x) | 17 (□)

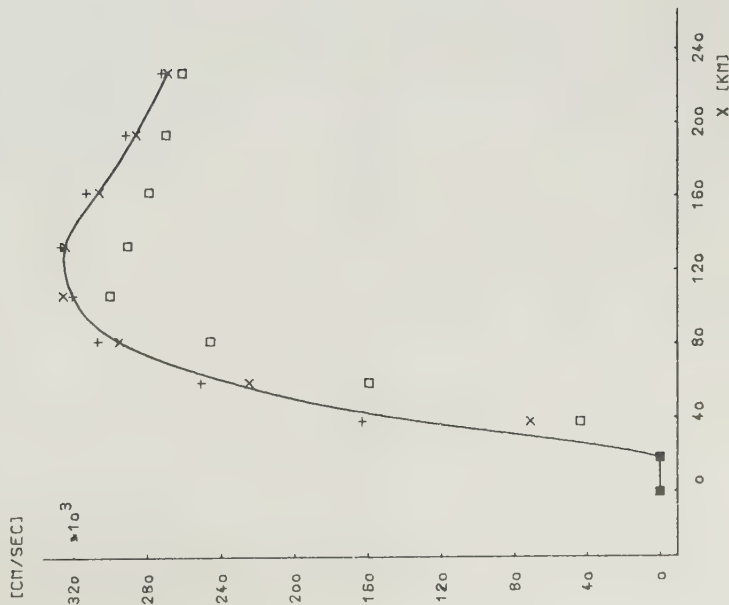


BILD 19

TEMPERATURDIFF. ELEMENT ZU UMGEBUNG

MODELL (SYM) : 11 (-) | 13 (+) | 15 (x) | 17 (□)

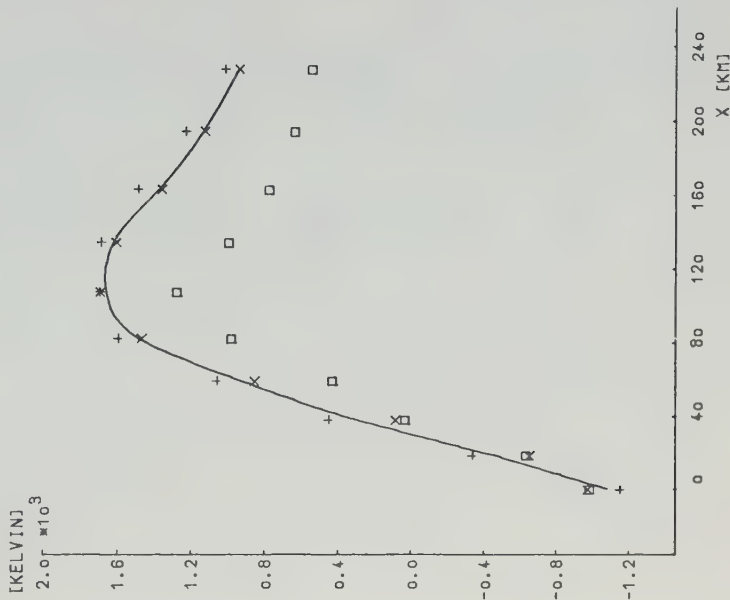


BILD 20

$F(KONV)/F(TOTAL)$

MODELL (SYM) : 11 (-) 13 (+) 15 (x) 17 (□)

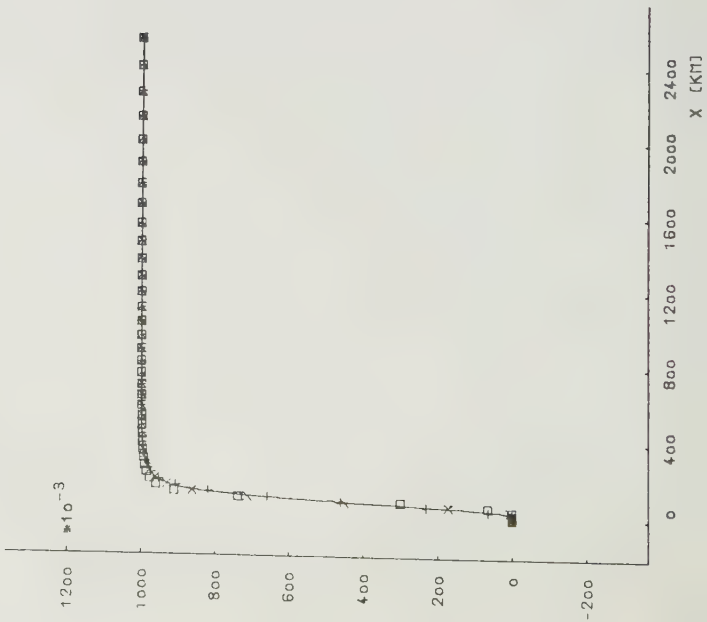
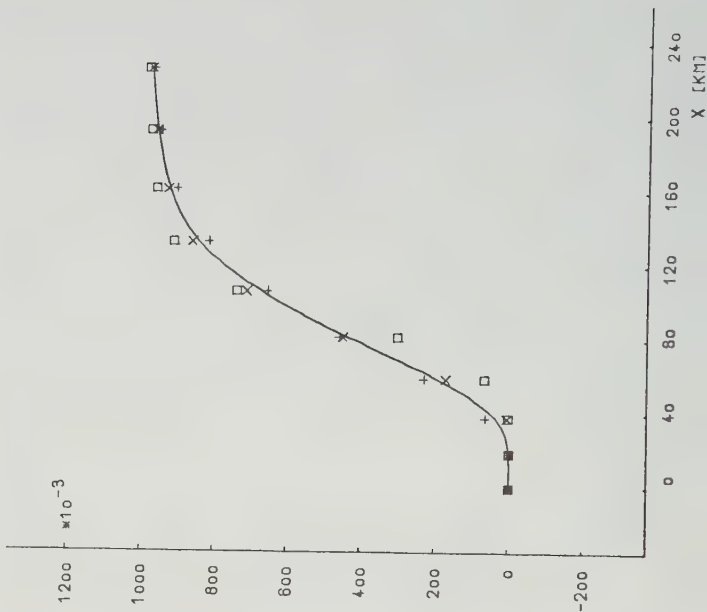


BILD 21

$F(KONV)/F(TOTAL)$

MODELL (SYM) : 11 (-) 13 (+) 15 (x) 17 (□)



Vergleicht man die bei den Modellen berechneten Temperaturschichtungen mit denen bei VL, VM und HSRA (Bild 7 und Bild 15), so erkennt man:

- i) Modell 9 ist kein realistisches Sonnenmodell, alle übrigen sind mit der Beobachtung verträglich.
- ii) Die Modelle 3 und 17 approximieren HSRA, Modell 11 VM sehr gut.

Die Modelle 3, 5, 7, 9, 15 und 17 entsprechen aber einer Reihe von Meßwerten (siehe Teil 2) nicht: die Werte für Konvektionsgeschwindigkeit, konvektiven Fluß und Temperaturdifferenz der Konvektionselemente relativ zur Umgebung sind im Bereich der optischen Tiefe 1 zu klein.

Die Modelle 11 und 13 entsprechen zwar diesen Beobachtungsergebnissen noch einigermaßen; sie vermögen aber beide nicht das Überschießen der Konvektion in die "konvektiv stabile" Schicht wiederzugeben - ein prinzipieller Nachteil der lokalen Mischungswegtheorie.

5.4. Strömungsdruck

Die Struktur des von uns benutzten Programmes macht es praktisch unmöglich, Sternmodelle ohne Berücksichtigung des Strömungsdruckes zu berechnen. Wir können daher hier keine Modelle mit und ohne Strömungsdruck vergleichen.

Die Bilder 22 und 23 belegen, daß der Strömungsdruck selbst bei der Sonne keine zu vernachlässigende Größe darstellt (die Modelle 3 und 11 werden in 5.3. erläutert).

Wir zeigen einmal den gesamten berechneten Bereich und einmal einen Ausschnitt, um das globale Verhalten und den Verlauf in der stark nichtadiabatischen Schicht zu demonstrieren; der qualitative Verlauf ist bei beiden Modellen im gesamten Bereich gleich.

Es ist in diesem Zusammenhang zu beachten, daß der von uns berechnete Strömungsdruck der Konvektion eine untere Grenze des wahren Strömungsdruckes darstellt. Das integrale Geschwindigkeitsfeld hat ja nach Gurtovenko (1975) eine größere Amplitude als das von uns berechnete Konvektionsfeld.

Bei unseren Rechnungen zeigte sich auch, daß die Unterscheidung zwischen der Ortsableitung des Gesamtdruckes und der des Gasdruckes in den Ergebnissen merkbar ist. Wir wollen dies anhand der Modelle 2 und 10 darlegen, deren Unterschied zu den Modellen 3 und 11 nur jeweils darin besteht, daß in 2 und 10 diese Ableitungen gleichgesetzt sind, in 3 und 11 aber nicht.

BILD 22

2 (P-PG) / (P+PG)

MODELL (SYM) , 3 (-)

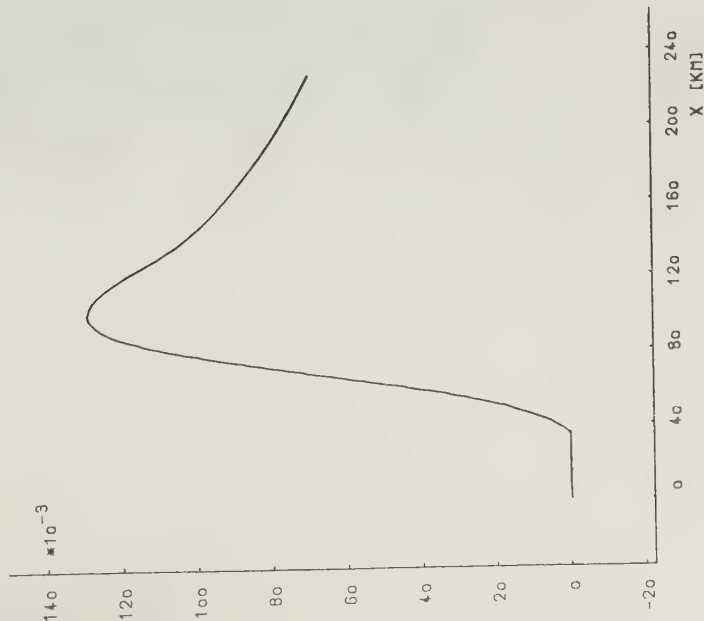
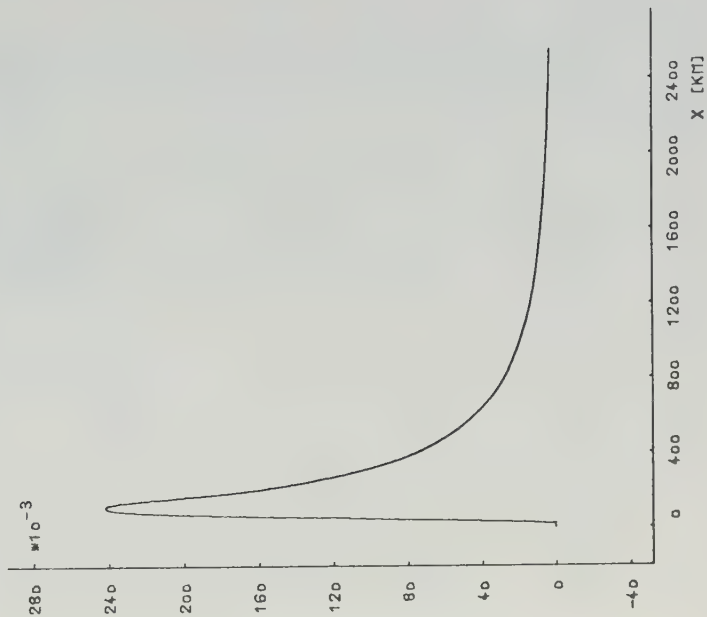


BILD 23

2 (P-PG) / (P+PG)

MODELL (SYM) , 11 (-)



Die folgende Tabelle gibt die Temperaturabweichungen zwischen Modell 2 und 3 sowie 10 und 11 in Prozent:

x	Modelle 2/3	Modelle 10/11
geometrische Tiefe	Temperatur- abweichung	Temperatur- abweichung
km	%	%
37.8	0	0.2
58.6	0.1	1.3
81.3	0.5	2.2
106.1	0.6	2.3
132.8	0.3	2.0
161.8	0.2	1.5
192.9	0.2	1.1
226.2	0.1	0.9

Die durch Vernachlässigung der Ableitung des Strömungsdruckes entstehende Ungenauigkeit ist also, an den Unsicherheiten der Mischungswegtheorie gemessen, bei Sonnenmodellen unerheblich, solange als Geschwindigkeitsfeld nur das Strömungsfeld der Konvektion berücksichtigt wird.

Es sei im Hinblick auf die Diskussion der Dichteinversion in Teil 5.5. darauf hingewiesen, daß im Fall der Sonne die Vernachlässigung der Ableitung des Strömungsdruckes eine stärkere Dichteinversion ergibt, wie die Bilder 24 und 25 zeigen.

BILD 24

DICHTE

MODELL (SYM) , 2 (-) | 3 (+)

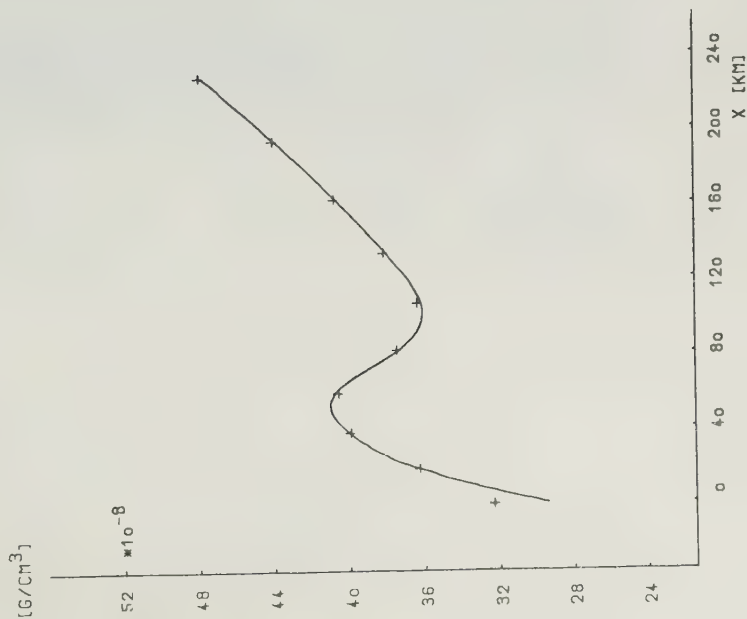
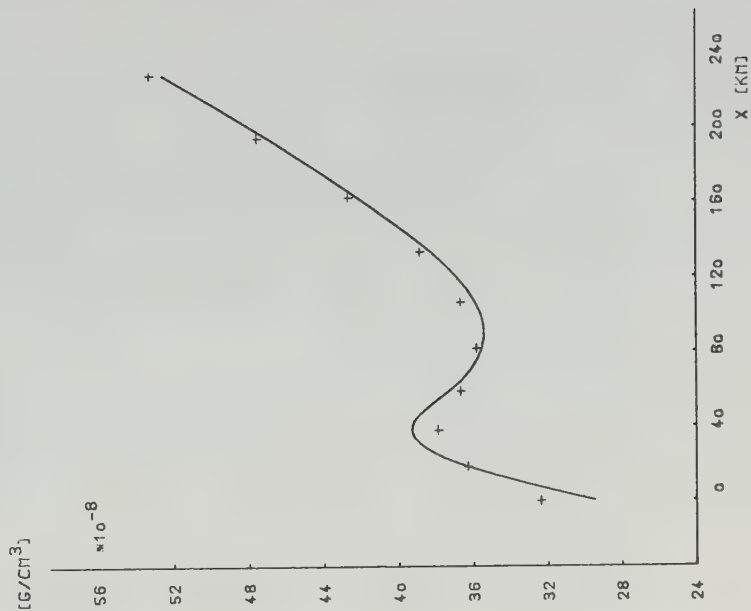


BILD 25

DICHTE

MODELL (SYM) , 10 (-) | 11 (+)



5.5. Dichteinversion

Die Tatsache, daß bei Benutzung der lokalen Mischungswegtheorie in dem obersten Teil der Konvektionszone fast immer eine Dichteinversion gefunden wird, ist von vielen Autoren diskutiert worden. Diesbezügliche Referenzen sind bei Latour (1971) zu finden. Es wurde in diesem Zusammenhang auch über einen Mechanismus, der Massenverlust bewirkt, spekuliert (Eoll (1973)).

Wir wollen deshalb hier einige Gesichtspunkte zusammenstellen, die uns vermuten lassen, daß die Dichteinversion für sonnenähnliche Sternmodelle nur ein Effekt der Unzulänglichkeiten der lokalen Mischungswegtheorie ist.

- i) Die Dichteinversion wird wesentlich kleiner, wenn man den Mischungsweg nicht der Böhm-Stückl-Einschränkung unterwirft (siehe Bild 5 aus 5.2.).
- ii) Sie reduziert sich weiter, wenn der Strömungsdruck korrekt (im Rahmen einer quasihydrostatischen Näherung) behandelt wird (siehe Bilder 24, 25 aus 5.3).
- iii) Sie verringert sich abermals, wenn man von Modellen mit zu steilem Temperaturanstieg, wie dem Modell 3, zu Modellen mit einem VM entsprechenderen Temperaturverlauf, wie Modell 11, übergeht.

Wir werden auf dieses Problem noch im Zusammenhang mit den Ergebnissen der nichtlokalen Theorie in Teil 7 zurückkommen.

5.6. Selbstkonsistenz der lokalen Mischungswegtheorie

Bei der Herleitung der Gleichungen der lokalen Mischungswegtheorie in 4.2. haben wir mehrfach vorausgesetzt, daß bestimmte Größen entlang eines Mischungsweges näherungsweise konstant sind. Zum Beispiel setzten wir dies im Zusammenhang mit der konvektiven Geschwindigkeit und der konvektiven Energiestromdichte für $d/dx(T-T_{ad})$ voraus.

Um zu prüfen, ob die Ergebnisse im Einklang mit dieser Voraussetzung stehen, betrachten wir die Modelle 3 und 11, die sich in 5.3. als vernünftige Sonnenmodelle erwiesen haben.

Es zeigt sich, daß beispielsweise, ausgehend vom Punkt $x = 106$ km unserer Tiefenskala, die genannte Ableitung sich über eine Mischungsweglänge bei Modell 3 um ungefähr einen Faktor 10, bei Modell 11 sogar um etwa einen Faktor 20 ändert.

Die Ergebnisse stimmen also nicht mit der genannten ersten Näherung überein, sie könnten jedoch - Konvergenz vorausgesetzt - als Ausgangswerte für die Gewinnung weiterer Näherungen dienen. Stattdessen ist aber im folgenden Teil 6 ein anderer Weg zur Verbesserung der Mischungswegtheorie versucht worden.

6. Nichtlokale Mischungswegtheorie

6.1. Grundgedanken und -hypothesen

Ein naheliegender Gedanke zur Verbesserung der Mischungswegtheorie ist es, die Integrationen in den Gleichungen (4.2.9) für die Konvektionsgeschwindigkeit $\bar{u}$ und (4.2.24) für die konvektive Energiestromdichte F_{konv} durchzuführen.

Dies soll im folgenden geschehen. Es erscheint nützlich, die dabei benutzte Modellvorstellung explizit anzugeben.

Wir betrachten ein Zweistrommodell, d. h. an jedem Punkt x werden nur aufwärts- oder abwärtsströmende Konvektionselemente betrachtet.

Wir setzen voraus, daß es für jeden Punkt x jeweils für die beiden Stromrichtungen eine ausgezeichnete Länge, den Mischungsweg, gibt. Er ist die Entfernung, über die sich ein Konvektionselement in unveränderter äußerer Form bewegt, bevor es sich auflöst.

Ferner nehmen wir an, daß alle Entstehungsorte entlang eines Mischungsweges gleich wahrscheinlich sind.

Schließlich wollen wir aus später (siehe 7.1.2) zu besprechenden Gründen davon ausgehen, daß die Konvektionselemente Kreiszylinder sind, deren Radius ihre Höhe übertrifft und deren Symmetrieachse parallel zur Bewegungsrichtung liegt.

Aus den obigen Annahmen folgt, daß im zeitlichen Mittel die einen Punkt x aus einer Richtung erreichenden Konvektionselemente gerade den halben Mischungsweg zurückgelegt haben. Wir werden daher bei der Berechnung der Mittelwerte von Konvektionsgrößen nur Konvektionselemente betrachten, die einen halben Mischungsweg zurückgelegt haben.

Wie in Teil 4 werden wir voraussetzen, daß Druckunterschiede zwischen dem Inneren der Konvektionselemente und ihrer Umgebung zu vernachlässigen sind.

6.2. Gleichungen der nichtlokalen Mischungswegtheorie

Wir führen hier nur die Änderungen im Gleichungssystem auf, die sich gegenüber 4.2. ergeben.

6.2.1. Konvektionsgeschwindigkeit und konvektiver Strom

Wir modifizieren unseren Ansatz aus (4.2.32) für die Temperaturverteilung im Inneren der Konvektionselemente, um der Zylinderform Rechnung zu tragen. Wir benutzen

$$(6.2.1) \quad T - T' = (T - T_{ad}) \cdot (1 - \exp(-\tau_h/\tau_c)) \cdot (1 - \exp(-\tau_r/\tau_c))$$

mit einer später zu definierenden charakteristischen optischen Tiefe τ_c und der von den Deckflächen bzw. der Mantelfläche nach innen gezählten optischen Tiefe τ_h bzw. τ_r .

Damit lassen sich die räumlichen Integrationen in (4.2.9) und (4.2.24) ausführen, wobei wir die Ortsabhängigkeit von τ_h/τ_c und τ_r/τ_c vernachlässigen. Man erhält

$$(6.2.2) \quad \bar{u} = \left(2 \cdot \int_{L/2} \bar{f} \cdot g_{\text{eff}} \int_w Q'/T' \cdot \bar{A} \cdot \frac{d}{dx} (T - T_{ad}) \, dx \, dw \right)^{1/2}$$

$$(6.2.3) \quad F_{\text{konv}} = c_p \cdot \rho \cdot \bar{u} \cdot \int_{L/2} \bar{A} \cdot \frac{d}{dx} (T - T_{ad}) \, dx ,$$

wobei gestrichene Größen sich auf das Innere der Konvektionselemente beziehen und dort Mittelwerte darstellen und $\bar{f}$ eine Gewichtsfunktion zur Berücksichtigung der Reibung analog der in 4.2. benutzten Funktion f ist.

Wir verwenden hier

$$(6.2.4) \quad \bar{f}(w) = 1 - 0.8 \cdot w/L + 0.15 \cdot (w/L)^2 , \quad 0 \leq w \leq L ,$$

die in $(0, L)$ die gleichen Monotonieeigenschaften wie das oben benutzte f hat und für die bis auf 1 % genau gilt:

$$\int_L \bar{f}(w) \, dw = \int_L f(w) \, dw .$$

Die Größe $\bar{A}$ in (6.2.2), (6.2.3) ist jeweils der Mittelwert über das Intervall $(0, x)$ von

$$(6.2.5) \quad A = \left(1 - \frac{2}{a_r} + \frac{2}{a_r^2} \cdot (1 - \exp(-a_r))\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{a_h} \cdot (1 - \exp(-a_h))\right)$$

mit $a_r = \kappa' \cdot \rho' \cdot R / \tau_c$ und $a_h = \kappa' \cdot \rho' \cdot h / \tau_c$,

wobei R bzw. h der Radius bzw. die Höhe eines Konvektions-elementes sind und τ_c analog zu (4.2.33) durch

$$(6.2.6) \quad u/W = 16 \cdot \sigma \cdot \kappa' \cdot T^3 \cdot (1 - \tau_c \arctan(\tau_c)) / c_v'$$

definiert ist. Dabei ist u die nach Zurücklegen des Weges W erreichte Geschwindigkeit (der Faktor 2 in (4.2.33) stammt aus der Mittelbildung).

In (6.2.2), (6.2.3) wird deshalb der Mittelwert von A entlang des zurückgelegten Weges genommen, weil die Temperaturverteilung im Element sicherlich entlang des Mischungsweges variiert.

Dieses Verfahren ist nicht frei von Willkür. Eine exakte Theorie würde wohl einen Aufwand bedingen, der im Rahmen einer Mischungswegtheorie kaum angebracht wäre.

Es sei noch folgendes angemerkt:

- i) Die Integrationen in (6.2.2) und (6.2.3) sind wegen des Auftretens von u in (6.2.6) (und somit in $\bar{A}$) keine Quadraturen.
- ii) Der Ansatz (6.2.1) definiert nur die Temperaturdifferenz zur Umgebung; die Temperaturverteilung im Innern ist somit eine Überlagerung der Temperaturverteilung der mittleren Atmosphäre mit (6.2.1).

6.2.2. Konsequenzen des Zweistrommodells

Wie in 6.1. erwähnt, betrachten wir ein Zweistrommodell.

Wir berechnen Konvektionsgeschwindigkeit und konvektive Energiestromdichte für aufwärts- und abwärtsfließende Konvektionsströme separat gemäß (6.2.2) und (6.2.3) und berücksichtigen dabei, daß die Temperatur und Dichtedifferenz und die Mischungsweglänge in beiden Strömen verschieden sein können.

Das führt zu einigen Konsequenzen, von denen die folgenden zwei berücksichtigt wurden:

- i) Die beiden Ströme haben nicht notwendig gleiche Flächenanteile, sondern diese müssen explizit aus der Kontinuitätsgleichung bestimmt werden.
- ii) Die beiden Ströme transportieren nicht notwendig die gleiche kinetische Energie.

Näheres zu beiden im Teil 6.2.3.

6.2.3. Das Überschießen der Konvektion

Setzt man voraus, daß außer den durch den konvektiven Auftrieb gemäß (6.2.3) angefachten Strömungen keine sonstigen Bewegungen existieren, so ist nach der Kontinuitätsgleichung kein Überschießen von Konvektionselementen in "konvektiv stabile" Schichten, d. h. in Gebiete mit $dT_{ad}/dx < dT/dx$, möglich.

Die Beobachtung der Sonne zeigt aber, daß anscheinend Konvektionselemente sehr weit in "konvektiv stabile" Schichten eindringen (siehe 2.2.2. und 2.2.4.).

Offenbar ist die Annahme einer quasihydrostatischen Schichtung zu grob, oder es gibt außer dem konvektiven Geschwindigkeitsfeld gemäß (6.2.2) noch zusätzliche Bewegungen in der Atmosphäre.

Nun würde aber die Berücksichtigung der Zeitableitung in der Bewegungsgleichung die Berechnung der Modellatmosphäre ganz wesentlich erschweren; es wird deshalb hier versucht, das Überschießen der Konvektionselemente und dessen Konsequenzen durch ein (grobes) Modell zu simulieren.

Dazu wird angenommen, daß außer den auf- und abwärts gerichteten konvektiven Strömungen mit Geschwindigkeiten $\bar{u}_{\text{auf}}$ bzw. $\bar{u}_{\text{ab}}$ gemäß (6.2.2) eine weitere, abwärts gerichtete Strömung, die wir Rückstrom nennen wollen, mit der Geschwindigkeit ξ existiert.

Wir setzen voraus, daß überall $\bar{u}_{\text{auf}} = \xi$ gilt und daß der Flächenanteil des Rückstromes sich in der "konvektiv stabilen" Schicht nach der Kontinuitätsgleichung berechnet, er hingegen in der Konvektionszone exponentiell von seinem Wert am "Rand" der Konvektionszone abfällt, wobei die charakteristische Länge die Skalenhöhe des Gasdruckes, gemittelt zwischen "Rand" der Konvektionszone und Beobachtungspunkt, ist.

Somit ergibt sich für den Flächenanteil q_{auf} des aufwärts gerichteten Konvektionsstromes in der "konvektiv stabilen" Schicht

$$q_{\text{auf}} = \rho / (\rho'_{\text{auf}} + \rho)$$

wobei ρ'_{auf} die mittlere Dichte in einem Element des aufwärts gerichteten Konvektionsstromes ist und die mittlere Dichte im Rückstrom gleich der mittleren Dichte ρ in der betrachteten Schicht gesetzt wird. In der Konvektionszone gilt

$$q_{\text{auf}} = ((1-q_{\xi}) \cdot \rho'_{\text{ab}} \cdot \bar{u}_{\text{ab}} + q_{\xi} \cdot \rho \cdot \bar{u}_{\text{auf}}) / (\rho'_{\text{ab}} \cdot \bar{u}_{\text{ab}} + \rho'_{\text{auf}} \cdot \bar{u}_{\text{auf}}) ,$$

wobei der Index ab die Größen des abwärts fließenden Konvektionsstromes kennzeichnet und

$$q_{\xi}(x) = (1 - q_{\text{auf}}) \Big|_{x_R} \cdot \exp(-(x - x_R)/\bar{H})$$

gesetzt wird, wobei x_R der Ort mit $dT_{\text{ad}}/dx = dT/dx$ ist und $\bar{H}$ die im Intervall (x_R, x) gemittelte Skalenhöhe des Druckes ist.

Der konvektive Energietransport durch die Elemente des Rückstromes soll berücksichtigt werden. Dazu wird angenommen, daß der Rückstrom aus kugelförmigen Elementen des Durchmessers $0.5 \cdot L_{xR}$ besteht, wobei L_{xR} der Mischungsweg aufwärts strömender Konvektionselemente am Ort x_R ist, und daß sie sich mit der vorgegebenen Geschwindigkeit $\bar{u}$ bewegen. Der Wert des Durchmessers war ein freier Parameter des Programms. Die Wahl $0.5 \cdot L_{xR}$ ergab die beste Annäherung an ein selbstkonsistentes Modell.

Ferner wird die transportierte kinetische Energie der beiden Konvektionsströme und des Rückstromes mit berücksichtigt. Ihre Summe ist fast überall klein gegen die gesamte transportierte Energie.

Als Quadrat der mittleren Konvektionsgeschwindigkeit $\bar{u}$ wurde

$$\bar{u}^2 = (q_{\text{auf}} + q_{\xi}) \cdot \bar{u}_{\text{auf}}^2 + (1 - q_{\text{auf}} - q_{\xi}) \cdot \bar{u}_{\text{ab}}^2$$

benutzt.

6.3. Ein Kriterium für die Mischungsweglänge

Eine Zeitlang herrschte in der Literatur eine lebhaftete Debatte darüber, ob man die Mischungsweglänge proportional zur Skalenhöhe des Gasdruckes oder der Dichte wählen solle. Schließlich setzte sich die Verwendung der Skalenhöhe des Gasdruckes durch, wohl hauptsächlich, weil bei Berechnungen mit lokaler Mischungswegtheorie oft eine Dichteinversion im oberen Teil der Konvektionszone gefunden wird, man vergleiche dazu die Diskussion in 5.5, und somit in diesem Gebiet die Skalenhöhe negativ wird.

Es ist zwar kein unmittelbarer theoretischer Hinweis vorhanden, daß gerade die Skalenhöhe des Gasdruckes relevant für die Mischungsweglänge in stellaren Konvektionszonen ist, aber es existiert auch keine andere Größe, die ein quasi natürliches Maß für die Mischungsweglänge ergäbe.

Andererseits erscheint es nicht unplausibel, die Skalenhöhe des Gasdruckes als charakteristische Länge für dynamische Vorgänge anzusehen.

Aus der Modellvorstellung der Mischungswegtheorie läßt sich aber ein Kriterium für die Ausdehnung der Konvektionselemente in ihrer Bewegungsrichtung, wir wollen dies hier ihre Höhe h nennen, ableiten. Mit der Zusatzannahme, daß die Mischungsweglänge etwa gleich der Höhe des Elementes ist, ergibt sich daraus ein Kriterium für die Mischungsweglänge.

Denn die Grundvorstellung der in der Astrophysik benutzten Mischungswegtheorie ist ja, daß sich ein Konvektionselement als Individuum mit einer einheitlichen Geschwindigkeit bewegt, daß also in seiner Lebensdauer differentielle Geschwindigkeiten innerhalb des Elementes klein sind gegenüber der Geschwindigkeit des gesamten Elementes.

Dies wird aber nach dem Kontinuitätssatz sicher nicht der Fall sein, wenn die Dichte im Element sehr stark variiert.

Ferner wird dies nicht gegeben sein, wenn die Größe $d/dx(T-T_{ad}) \cdot Q/T$ am Ort des Elementes über eine Entfernung von der Höhe des Elementes stark schwankt, denn $d/dx(T-T_{ad}) \cdot Q/T$ ist nach (4.2.18) bzw. (6.2.2) die bestimmende Größe für die Konvektionsgeschwindigkeit.

Es biétet sich somit an, als kombiniertes Kriterium für die Höhe h eines Konvektionselementes folgende Bedingung zu verwenden:

Die Dichte darf über eine Entfernung h nicht um mehr als einen Faktor f_ρ und $d/dx(T-T_{ad}) \cdot Q/T$ um nicht mehr als einen Faktor f_{dT} schwanken.

Wir haben bei unseren nichtlokalen Rechnungen $f_o \approx f_{dT} \approx e$ gesetzt (in Anlehnung an die Skalenhöhe des Gasdruckes), haben diese Größe aber nur als Richtwert für die endgültige Bestimmung des Mischungsweges benutzt.

Bevor wir darauf eingehen, möchten wir noch einige Überlegungen anführen, die zwar nicht Eingang in das von uns benutzte Programm fanden, die aber nützlich sein könnten.

Je größer der Wert $h \cdot \bar{u}/L$ ist, umso größere differentielle Geschwindigkeiten wird ein Konvektionselement "ertragen", ohne seinen Zusammenhalt zu verlieren. Denn $L/\bar{u} \cdot \Delta \bar{u}$ ist ja die Wegdifferenz, die zwischen zwei Punkten, die eine Geschwindigkeitsdifferenz von $\Delta \bar{u}$ während einer Zeitdauer $L/\bar{u}$ haben, zusätzlich entsteht. Man wird höchstens dann noch von einem zusammengehörigen Konvektionselement sprechen, wenn gilt:

$$h/2 > \Delta \bar{u} \cdot L/\bar{u} .$$

Mit der Annahme $h \approx L$ reduziert sich dies auf

$$2 \cdot \Delta \bar{u} < \bar{u} .$$

Die Faktoren f_ρ und f_{dT} sollten also von der Konvektionsgeschwindigkeit am betreffenden Ort abhängen.

Ferner erscheint es sinnvoll, die unterschiedliche funktionale Abhängigkeit der differentiellen Geschwindigkeiten von der Dichte und von $d/dx(T-T_{ad}) \cdot Q/T$ zu berücksichtigen. Diese läßt eher eine Wahl

$$f_{\rho} \approx \sqrt{f_{dT}}$$

angeraten erscheinen.

Weiterhin sollte man versuchen zu berücksichtigen, daß ein Konvektionselement über einen größeren Weg seine Identität behält, wenn die - reale - differentielle Geschwindigkeit wegen des Gradienten in $d/dx(T-T_{ad}) \cdot Q/T$ gleichgerichtet ist mit der theoretisch zu fordernden differentiellen Geschwindigkeit wegen des Dichtegradienten, als wenn diese Geschwindigkeiten entgegengesetzt gerichtet sind.

Die genannten Einflüsse lassen sich durch folgendes Vorgehen berücksichtigen:

Um zu prüfen, ob an einem Ort die Höhe h eines Konvektionselementes und die Mischungsweglänge L konsistent mit der Modellvorstellung der Mischungswegtheorie sind, berechnet man zunächst die Konvektionsgeschwindigkeit $\bar{u}$.

Dann betrachtet man das untere und das obere Teilelement mit der Höhe $h/2$. Man berechnet ihre Geschwindigkeiten u_u und u_o nach Zurücklegen des Mischungsweges L . (Dabei approximiert man die Innentemperatur der Teilelemente wohl am sinnvollsten durch die Innentemperatur des gesamten Elementes.) Dann sollte gelten

$$2 \cdot |u_u - u_o| < \bar{u} \cdot h/L .$$

Seien u'_u und u'_o die nach der Kontinuitätsgleichung zu fordernden Geschwindigkeiten der beiden Teilelemente. Auch für diese sollte

$$2 \cdot |u'_u - u'_o| < \bar{u} \cdot h/L .$$

sein. Schließlich sollte nach dem oben besprochenen noch

$$2 \cdot |u_u - u_o - u'_u + u'_o| < \bar{u} \cdot h/L$$

erfüllt sein.

Wir haben, wie erwähnt, uns bei unseren nichtlokalen Berechnungen eines Sonnenmodells nicht dieser Prozedur bedient, weil es uns zunächst nur darum ging, ein in $d/dx(T-T_{ad})$ konsistentes Modell zu finden.

Wir benutzten daher die Forderung, daß der Mischungsweg kleiner als die Skalenhöhe der Dichte und der Größe $d/dx(T-T_{ad}) \cdot Q/T$ sein müsse, nur als Richtlinie und bestimmten den Mischungsweg so, daß eine in $d/dx(T-T_{ad})$ näherungsweise konsistente Lösung entstand.

Es stellte sich heraus, daß wir von dieser Richtlinie eigentlich nur insoweit abweichen mußten, als wir die Funktion $L(x)$ nur glätten mußten. Doch dazu Genaueres in Teil 7.

6.4. Rechentechnischer Unterschied zwischen lokaler und nichtlokaler Mischungswegtheorie

Wie in 4.4.4. im einzelnen dargelegt wurde, wird bei der Rechnung nach den Gleichungen aus 4.2. der Gasdruck iterativ berechnet. In dieser Iteration werden auch $\bar{u}$, F_{konv} und $d/dx(T-T_{\text{ad}})$ mit bestimmt. Dazu ist nur die Kenntnis der relevanten physikalischen Größen am betrachteten Punkt nötig.

In der nichtlokalen Theorie muß man aber zur Berechnung von $\bar{u}$ (und somit zur Berechnung des Gasdruckes) das Integral aus (6.2.2) auswerten. Dazu muß $d/dx(T-T_{\text{ad}}) \cdot Q/T$ in einer genügend großen Umgebung des betrachteten Punktes bekannt sein. Somit wird die Berechnung eines Atmosphärenmodells notwendig iterativ, wobei jeder Iterationsschritt eine Näherungslösung für die gesamte Atmosphäre voraussetzt.

Wir haben nicht versucht, einen automatischen Algorithmus zur Durchführung dieser Iteration zu entwickeln. Vielmehr wurde ein dialogorientiertes Programm geschrieben und damit im Gespräch mit dem Rechner, unterstützt durch ein Graphikterminal, die Lösung nach folgendem Schema gesucht:

Bei einer vorgegebenen Näherungslösung wurden $L(x)$, $R/L(x)$ und $d/dx(T-T_{\text{ad}})(x)$ variiert und dabei jeweils $\bar{u}(x)$ und $F_{\text{konv}}(x)$ berechnet. Aus $F_{\text{konv}}(x)$ wurde ein neuer Wert für $d/dx(T-T_{\text{ad}})(x)$ ermittelt.

Ergab ein Satz $L(x)$, $R/L(x)$ und $d/dx(T-T_{\text{ad}})(x)$ eine geringere Differenz zwischen altem und neuem Wert von $d/dx(T-T_{\text{ad}})(x)$ als bisher, so wurden $\bar{u}(x)$, $F_{\text{konv}}(x)$ festgehalten, $dT/dx(x) = d/dx(T-T_{\text{ad}})(x) + dT_{\text{ad}}/dx(x)$ gesetzt und mit den Gleichungen aus 4.2. $T(x)$, $P(x)$ und $P_g(x)$ für eine neue Näherung berechnet.

6.5. Einzelheiten der Rechnung

Bezüglich der Berechnung der thermodynamischen Funktionen und der Berücksichtigung des Strömungsdruckes wurde wie in 4.4. beschrieben verfahren. Dabei fiel die Iteration für den Strömungsdruck mit der in 6.4. genannten Iteration zusammen.

Die Integration der Differentialgleichungen für die optische Tiefe, die Temperatur und den Gesamtdruck geschah nach der gleichen Methode wie in 4.4.

Die Iteration zur Ermittlung des Gasdruckes wurde unproblematisch, weil die Konvektionsgeschwindigkeit jeweils aus dem Ergebnis der vorhergehenden Iteration gemäß 6.4. bekannt war.

Die Differentialgleichungen für die konvektive Geschwindigkeit und den konvektiven Fluß aufwärts und abwärts wurden in Abhängigkeit von der erreichten Genauigkeit der Iteration des Gesamtmodells mit einer relativen Genauigkeit von 0.01 bis 0.0001 gelöst.

Zwischenwerte der betrachteten Funktionen wurden durch kubische Splineinterpolation berechnet. Das dabei benutzte Gitter der geometrischen Tiefe ist aus der Tabelle für das Modell 1 zu ersehen; die Stützpunktanzahl beruht auf einem Kompromiß zwischen numerischer Genauigkeit und Rechenaufwand. Wir werden in Teil 7 hierauf kurz zurückkommen.

7. Diskussion

7.1. Das nichtlokale Sonnenmodell

7.1.1. Die erreichte numerische Genauigkeit

Die Lösung des Gleichungssystems aus 6. wurde in unserem Modell 1 bis auf eine Genauigkeit von mindestens 4 % für $0 \leq x \leq 200$ km und 0.5 % für $200 \leq x \leq 2500$ km in $d/dx(T-T_{ad})$ bestimmt; die erreichte Genauigkeit in dT/dx ist damit überall besser als 2 %. In Anbetracht der Ungewißheit bezüglich des Mischungsweges erschien eine weitergehende Iteration nicht sinnvoll, weil sie ein feineres Stützpunktgitter erfordert hätte. Wir glauben nämlich, daß ein Teil der genannten Ungenauigkeiten und die Schwankungen von weniger als 0.5 %, die im konvektiven Fluß in Modell 1 auftreten, auf Interpolationsfehlern wegen des zu groben Netzes beruhen.

Eine feinere Unterteilung hätte natürlich längere Rechenzeiten bedingt, der erzielbare Genauigkeitsgewinn wäre aber physikalisch irrelevant gewesen.

Eine weitere Ungenauigkeit von bis zu 10 % in der Berechnung der Geschwindigkeit und der Energiestromdichte des aufwärts gerichteten Stromes ergab sich aus den am unteren Rand des Rechengebietes notwendigen Extrapolationen; sie betreffen ungefähr die (nicht mehr in Tabelle 1 enthaltenen) inneren 500 km, in denen der mittlere Temperaturgradient praktisch den adiabatischen erreicht hat. Daher haben diese Fehler eine zu vernachlässigende Auswirkung auf die Struktur der von uns berechneten Modellatmosphäre.

BILD 26

MISCHUNGSWEG (AUFWAERTS)

MODELL (SYM) • 1 (-) | 3 (+) | 11 (x)

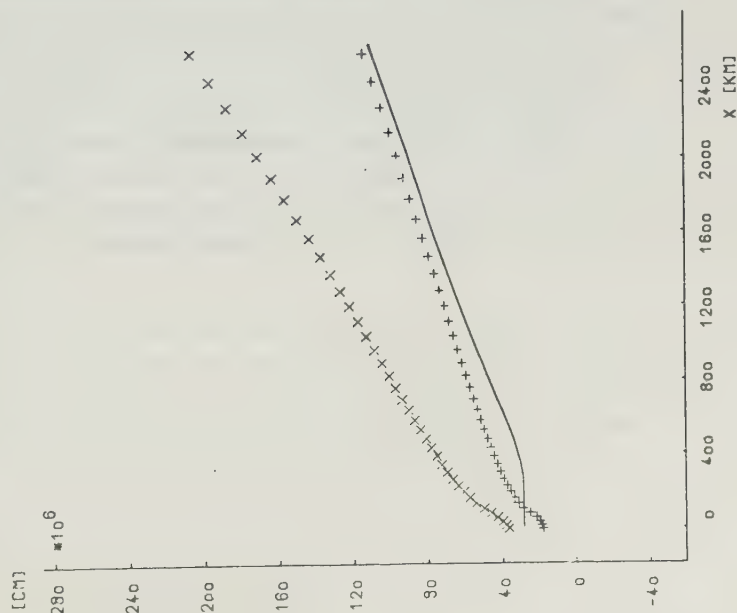
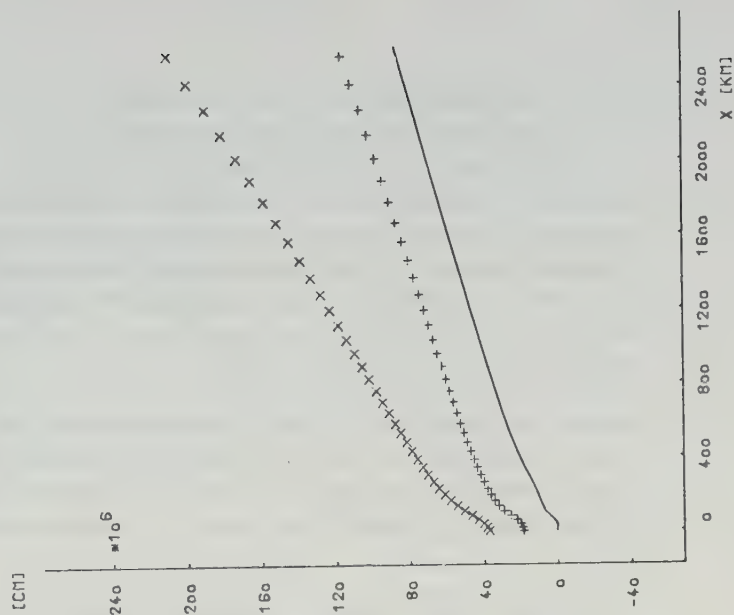


BILD 27

MISCHUNGSWEG (ABWAERTS)

MODELL (SYM) • 1 (-) | 3 (+) | 11 (x)



7.1.2. Die Bemessung der Mischungsweglänge und des Radius der Konvektionselemente

Das von uns benutzte Programm behandelt die Mischungsweglänge als freien Parameter; eine auf Wunsch aufrufbare Prozedur liefert für jeden Gitterpunkt die Länge, über die sich die Dichte und $d/dx(T-T_{ad}) \cdot Q/T$ um höchstens einen Faktor e ändern. Diese Werte wurden als Anfangswerte für die Mischungsweglänge genommen.

Im Zuge der Versuchsrechnungen zur Bestimmung von $d/dx(T-T_{ad})$ ergab sich, daß sich ein in $d/dx(T-T_{ad})$ selbstkonsistentes Modell am bequemsten durch Annahme eines sehr glatten Verlaufs des Mischungsweges als Funktion des Ortes erreichen ließ.

Die einzige Ausnahme wurde am oberen Rand der Konvektionszone gemacht. Dort wurde die Mischungsweglänge der aufsteigenden Elemente auf demselben Wert wie in dem Gebiet größten Auftriebs belassen, um den Beobachtungen bezüglich des Überschießens der Konvektionselemente zu genügen; beim abwärts gerichteten Strom wurde die Mischungsweglänge dadurch beschränkt, daß bei der Integration für $\bar{u}_{ab}$ negative Quadrate der Geschwindigkeit durch Reduktion der Mischungsweglänge vermieden wurden.

Die endgültig benutzten Mischungswege zeigen die Bilder 26 und 27. Mit eingezeichnet sind die Mischungsweglängen für die Modelle 3 und 11. Bemerkenswert ist, daß die Kurven für die Modelle 1 und 3 näherungsweise parallel verlaufen.

Es sei angemerkt, daß die Mischungsweglänge bei Modell 1 nur auf den ersten 600 km durch den Term $d/dx(T-T_{ad}) \cdot Q/T$ wesentlich bestimmt wird, ab dann spiegelt sie mehr und mehr nur die Skalenhöhe der Dichte in der jeweiligen Richtung wieder.

Die Arbeitshypothese über die Form der Konvektionselemente änderte sich im Laufe der Untersuchung. Wir waren von kugelförmigen Elementen ausgegangen, konnten aber mit der Einschränkung, daß deren Durchmesser nicht wesentlich größer als der Mischungsweg sein sollte, in den stark nichtdiabatischen Schichten kein in $d/dx(T-T_{ad})$ selbstkonsistentes Modell finden, die Abstrahlung der Elemente war dort stets zu stark.

Wir gingen deshalb zu zylindrischen Formen über; dabei behielten wir die Einschränkung, daß ihre Höhe gleich der Mischungsweglänge sein sollte, bei. Das Verhältnis von Radius R zu Höhe h hingegen wurde variiert; unser selbstkonsistentes Modell 1 wurde mit $R/h = 1.5$, unabhängig vom Ort und der Richtung, erzielt.

Bei Testrechnungen erhielten wir auch ein in $d/dx(T-T_{ad})$ selbstkonsistentes Modell mit $R/h = 3$. Seine Temperaturen überstiegen die von Modell 1 auf den ersten 1000 km um weniger als 2 %. Da der Durchmesser seiner Konvektionselemente im Bereich der Kontinuumsentstehung die in 2.2.1. genannten Granulendurchmesser deutlich übersteigt, haben wir es nicht weiter bearbeitet.

Wir glauben, daß sich auch mit Werten von $R/h < 1.5$ in $d/dx(T-T_{ad})$ konsistente Modelle finden lassen, haben dies aber wegen der Beobachtungsergebnisse bezüglich der Granulendurchmesser nicht ernsthaft versucht. Numerische Experimente lassen uns vermuten, daß $R/h \approx 1$ eine untere Grenze für selbstkonsistente Sonnenmodelle darstellt.

7.2. Vergleich der Ergebnisse der lokalen und der nichtlokalen Theorie mit der Beobachtung

Wir folgen in der Diskussion der Ergebnisse der Gliederung aus Teil 2. Als Repräsentanten der lokalen Mischungswegtheorie wählen wir die Modelle 3 und 11, die sich in Teil 5 als relativ brauchbar herausstellten.

7.2.1. Charakteristische Längen

Als Durchmesser D der Konvektionselemente bei der optischen Tiefe 1 (Rosseland-Skala) hat man:

Modell	D [km]
1	880
3	200
11	803
Beobachtung	1000

Die Flächenanteile des aufwärts- bzw. abwärts fließenden Stromes entsprechen jeweils gut den Beobachtungen, denn bei den lokalen Modellen 3 und 11 sind sie prinzipiell gleich, bei Modell 1 schwankt ihr Verhältnis im Bereich der Kontinuumsentstehung zwischen 1.2 und 1.1.

7.2.2. Sichtbarkeit von Konvektionselementen in geringen optischen Tiefen

Die lokale Theorie kann kein Überschießen der Konvektion wiedergeben. Bei Modell 1 haben die aufsteigenden Elemente in der optischen Tiefe 0.5, am Rande des Rechengebietes, noch Geschwindigkeiten von 1.3 km/sec und einen Temperaturüberschuß von 360 Kelvin; während der Punkt mit $dT/dx = dT_{ad}/dx$ bei der optischen Tiefe 1 liegt.

7.2.3. Konvektionsgeschwindigkeit

Wir vergleichen die Modellergebnisse für die mittlere Konvektionsgeschwindigkeit $\bar{u}$ mit den Beobachtungen von Canfield (1976). Dabei ergibt sich:

x	Beobachtung	Modell 1	Modell 3	Modell 11
geom. Tiefe	$\bar{u}$	$\bar{u}$	$\bar{u}$	$\bar{u}$
[km]	[km/sec]	[km/sec]	[km/sec]	[km/sec]
0	1	1.3	0	0
17.5	1.1	1.7	0	0
36.3	1.2	2.1	0.2	1.3

Die Beobachtungswerte sind derzeit noch nicht sehr gut abgesichert; nach der in 2.2. geführten Diskussion wird man aber erwarten, daß die zitierten Werte eher zu klein als zu groß sind. Die Ergebnisse von Modell 1 erscheinen also realistisch, die von Modell 11 wohl kaum und die von Modell 3 sicher nicht.

7.2.4. Die mittlere Temperaturdifferenz aufsteigender Konvektionselemente

Wie in 2.2.4. ausgeführt wurde, ist unsere Kenntnis der Tiefenabhängigkeit der Temperaturdifferenz ΔT der Granula relativ zur Umgebung sehr begrenzt. Wir konnten nur unsere Grenzen dafür angeben. Der Vergleich mit den Rechenergebnissen zeigt:

x	Untere Grenze	Modell 1	Modell 3	Modell 11
geom. Tiefe	für ΔT	ΔT	ΔT	ΔT
[km]	[Kelvin]	[Kelvin]	[Kelvin]	[Kelvin]
7	70	510	0	0
17	140	740	0	0
37	280	1290	20	290
57	430	1820	430	900
77	580	2150	1400	1400

(In dieser Tabelle ist der Nullpunkt der geometrischen Tiefe um 37 km gegenüber dem aus 2.2.4. verschoben.)

Die Beobachtungen disqualifizieren wiederum Modell 3, aber wohl nicht Modell 1 und Modell 11.

7.2.5. Konvektiver Strom im Bereich der Granulation

Aufgrund der Beobachtungen kann man davon ausgehen, daß in der optischen Tiefe 1 (Rosseland-Skala) die Konvektion mindestens 6 % des gesamten Energiestromes trägt. Dem entsprechen die Ergebnisse bei Modell 1 und 11 von 12 % bzw. 4 % recht gut, nicht hingegen die von Modell 3, bei dem der Anteil in dieser Tiefe unter 1 % liegt.

7.2.6. Die Temperaturschichtung der Sonnenatmosphäre

Die Bilder 28 und 29 dienen der Diskussion der Temperaturschichtung der Sonne. Bild 28 zeigt, daß sich für größere Tiefen die Temperatur bei allen Modellen gleichartig entwickelt - die Schichtung wird nahezu adiabatisch.

Die Ausschnittvergrößerung in Bild 29 verdeutlicht interessante Unterschiede. Man erkennt:

- i) Modell 1 liegt zwar im Bereich 0 - 60 km noch unterhalb VL, doch es kombiniert in etwa die niedrigen Temperaturwerte von VL im Bereich 0 - 100 km mit der Steigung von VM im Bereich 40 - 100 km. Es erscheint uns möglich, daß die Temperaturschichtung von Modell 1 die bei Vernazza et al. (1976) beschriebene Diskrepanz zwischen Kontinuumsmessungen im Infraroten und Randverdunklungswerten zum Verschwinden bringt.
- ii) Modell 3 entspricht ungefähr HSRA.
- iii) Modell 11 approximiert VM recht gut.

Man kann zusammenfassen, daß alle drei Modelle nach dem heutigen Stand der Temperaturbeobachtung akzeptabel sind.

BILD 28

TEMPERATUR

MODELL (SYM) : 1 (-) | 3 (+) | 11 (x)

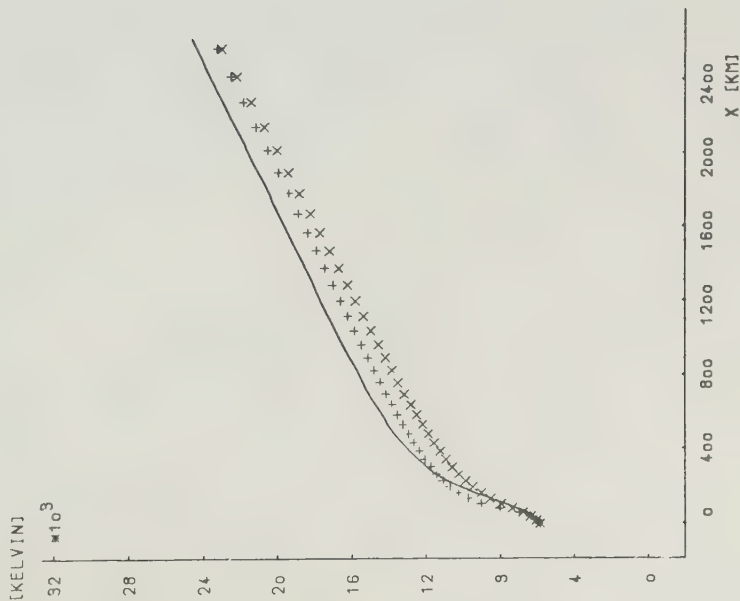
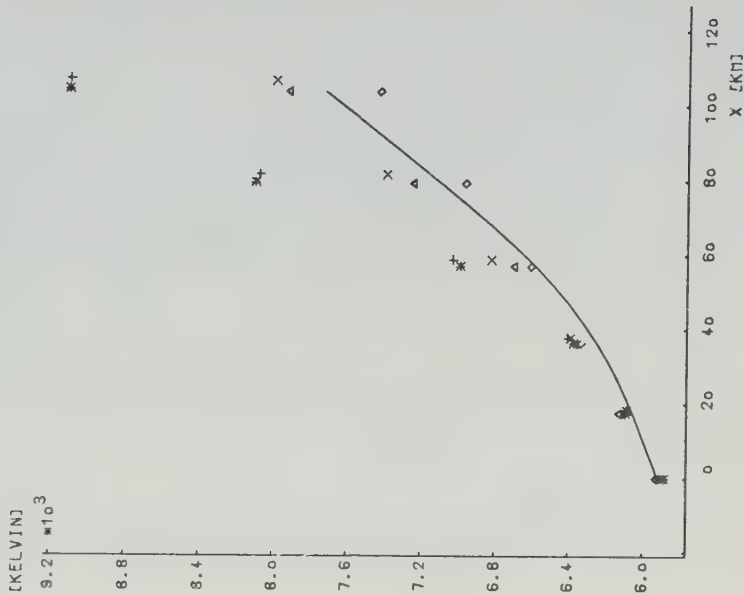


BILD 29

TEMPERATUR

MODELL (SYM) : 1 (-) | 3 (+) | 11 (x)

VL (o) | VM (Δ) | HSRA (✱)



7.2.7. Dichteinversion

In 5.5. brachten wir Argumente vor, die uns vermuten lassen, daß die bei Rechnungen mit lokaler Mischungswegtheorie auftretende Dichteinversion bei Sonnenmodellen nur eine Folge der Unzulänglichkeiten der lokalen Mischungswegtheorie ist. Bild 30 stützt diese Vermutung; man sieht, daß das Modell 1 keine Dichteinversion besitzt.

7.2.8. Die Abhängigkeit der Temperaturschichtung vom Geschwindigkeitsfeld

Wir wollen noch auf eine Konsequenz der Unterscheidung von Gesamtdruck, Gasdruck und Strömungsdruck im Rahmen der von uns benutzten quasihydrostatischen Näherung hinweisen.

Da der Strömungsdruck von der Geschwindigkeitsverteilung abhängt, gilt dies auch für den Gasdruck und somit auch für den adiabatischen Temperaturgradienten dT_{ad}/dx .

In numerischen Experimenten haben wir unserem Modell 1 zusätzliche Mikroturbulenzfelder mit Amplituden bis zu 2 km/sec überlagert. Wir erhielten dabei Variationen von dT_{ad}/dx von bis zu 30 %. Sie wirkten sich aber nur in Tiefen von über 60 km (unserer Skala) auf die Temperaturschichtung aus; zumindest gelang es uns nicht, ein selbstkonsistentes Modell zu finden, dessen Temperaturgradient auf den ersten 60 km wesentlich von dem des Modelles 1 verschieden gewesen wäre.

Das schließt aber nicht aus, daß ein solches Modell existiert.

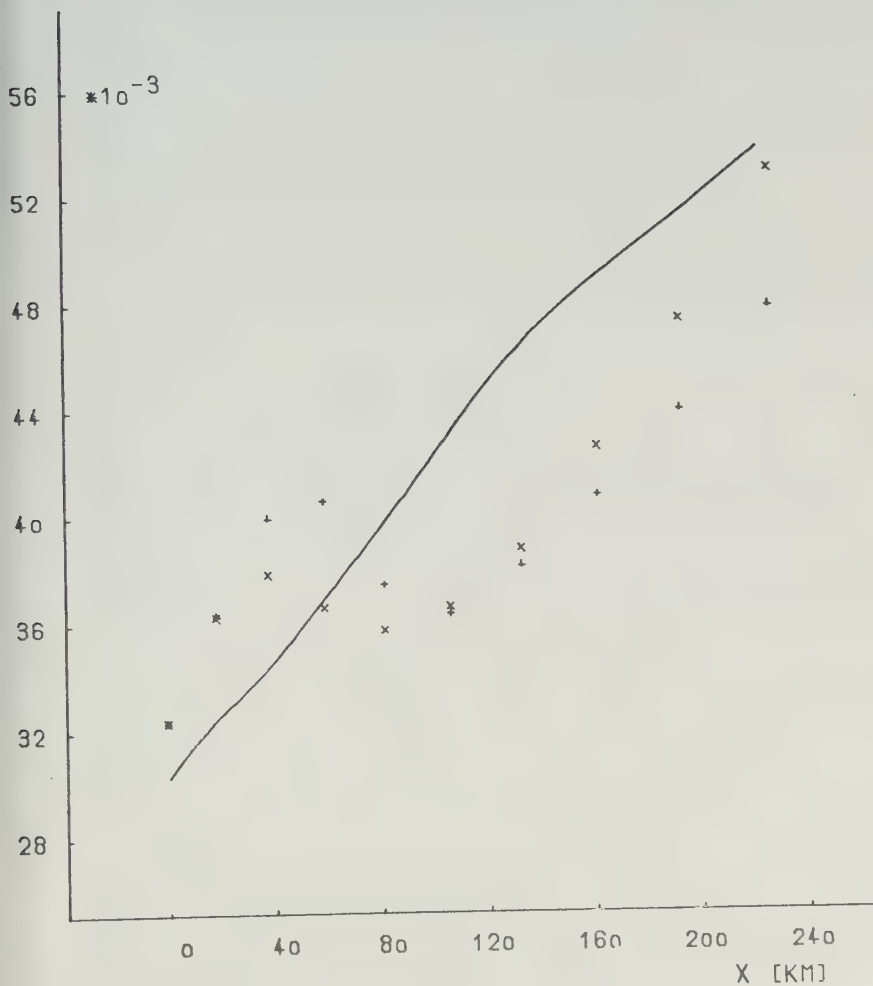
Wir fanden zwar selbstkonsistente Modelle, die sich in größeren Tiefen von Modell 1 unterschieden. Da wir aber keine Beobachtungsmethode zur Beurteilung feinerer Unterschiede im Inneren der Konvektionszone der Sonne kennen, haben wir auf ihre Darstellung verzichtet.

BILD 30

DICHTE

MODELL (SYM) : 1 (-) | 3 (+) | 11 (x)

ρ / cm^3



7.2.9. Wertung der Modelle 1, 3 und 11

Abschließend stellen wir fest:

- i) Modell 1 widerspricht den Beobachtungen nicht.
- ii) Modell 3 widerspricht den Beobachtungen.
- iii) Modell 11 entspricht zwar einigen Beobachtungen,
aber nicht allen.

Literaturverzeichnis

- Aime, C., Ricort, G., Grec, G. (1977): AA 54, 505
Allen, C., W. (1973): Astrophysical Quantities, 3. Ed
Altrock, R., C. (1976): Solar Phys. 47, 517
Altrock, R., C., Musman, S. (1976): ApJ 203, 533
Blackwell, D., E., Ibbetson, P., A., Petford, A., D.,
Willis, R., B. (1976): MN 177, 227
Böhm, K., H., Stückl, E. (1967): ZfA 66, 487
Böhm-Vitense, E. (1953): ZfA 32, 135
Bray, R., J., Loughhead, R., E. (1967): The Solar
Granulation
Bray, R., J., Loughhead, R., E., Tappere, E., J. (1976):
Solar Phys. 49, 3
Canfield, R., C. (1976): Solar Phys. 50, 239
Canfield, R., C., Mehltretter, J., P. (1973): Solar
Phys. 33, 33
Christensen-Dalsgaard, J., Gough, D., O. (1976): Nature
259, 89
Deubner, F., L., Mattig, W. (1975): AA 45, 167
Deubner, F., L. (1976): AA 47, 475
Edmonds, F., N. (1974): Solar Phys. 38, 33
Eoll, J., G. (1973): Bull AAS 5, 1
Ergma, E., V., Mashevitch, A., G. (1971): AN 293, 145
Gingerich, O., J., Noyes, R., W., Kalkofen, W., Cuny, Y.
(1971): Solar Phys. 18, 347
Gough, D., O. (1976): Transactions IAU 16A/2, 169
Gough, D., O., Pringle, J., E., Spiegel, E., A. (1976):
Nature 264, 424
Gough, D., O., Weiss, N., O. (1976): MN 177, 589
Groth, H., G.: priv. Mitt.
Gurtovenko, E., A. (1975): Solar Phys. 45, 25
Heney, L., Vardya, M., S., Bodenheimer, P. (1965): ApJ
142, 841
Holweger, H. (1973): Solar Phys. 30, 35
Iben, I. (1976): ApJ 204, L 147
Iben, I., Mahaffy, J. (1976): ApJ 209, L 39
Labonte, B., J., Simon, G., W., Dunn, R., B. (1975):
Bull AAS 7, 366

- Latour, J. (1970): AA 9, 277
- Loughhead, R., E., Bray, R., J. (1975): Solar Phys. 45, 35
- Mehltretter, J., P. (1976): Mitt. Astr. Ges. 40, 162
- Mihalas, D. (1967): in Alder, B. (Ed.): Methods in
Computational Physics, Vol 7, 1967
- Mihalas, D. (1970): Stellar Atmospheres
- Parker, E., N. (1974a): ApJ 189, 563
- Parker, E., N. (1974b): ApJ 190, 429
- Pierce, A., K., Slaughter, C., D., Weinberger, D. (1977a):
Solar Phys. 51, 25
- Pierce, A., K., Slaughter, C., D., Weinberger, D. (1977b):
Solar Phys. 52, 179
- Severny, A., B., Kotov, V., A., Tsap, T., T. (1976):
Nature 259, 87
- Spiegel, E., A. (1957): ApJ 126, 202
- Spiegel, E., A. (1971): Ann. Rev. Astr. Astroph. 9, 323
- Spiegel, E., A. (1972): Ann. Rev. Astr. Astroph. 10, 261
- Stenholm, L., G. (1977): AA 54, 127
- Unsöld, A. (1955): Physik der Sternatmosphären, 2. Auflage, 1955
- Van Paradijs, J. (1972): Nature 238, 37
- Vernazza, J., E., Avrett, E., H., Loeser, R. (1976): ApJ
Supp 30, 1
- Wellmann, P. (1961): Vorlesung München
- Worden, S., P., Simon, G., W. (1976): ApJ 210, L 163

Tabelle von Mikroturbulenzmessungen

Außer den hier aufgeführten Werten wurden noch Daten aus dem Katalog:

Détermination des valeurs $[Pe/H]$

von M. Morel, C. Bontolila, G. Cayrel, B. Hauck

erhältlich bei

Centre de Donées Stellaires, Strasbourg,

verwandl.

Die Spaltenüberschriften NR, HD-NUMBER, T, LOG G und MK sind wohl selbsterklärend. XI kennzeichnet die Mikroturbulenzgeschwindigkeiten in km/sec und REP die Verweise auf die Literaturangaben.

Die Spalte K enthält eine Kennziffer, dabei bedeutet:

K

- 1 Effektivtemperatur und log g bekannt
 - 2 Anregungstemperatur und log g bekannt, Effektivtemperatur nach Allen (1973) aus der Anregungstemperatur geschätzt
 - 3 Mikktivtemperatur nach Spektraltyp geschätzt
- 4-6 analog 1-3, aber darüber hinaus log g nach Spektraltyp geschätzt.

NR	HD-NUMBER	NAME	T	LOG G	MK	K	XI	XI/10	REP
1	HD 3 651		5013	4.45	KOV	5	2.7	0.42	1
2	HD 17 506		3769	0.80	K3IV	5	10.3	1.00	2
3	HD 26 965		4736	4.45	KOV	5	2.4	0.36	2
4	HD 44 033		3621	0.00	K3I3	5	10.0	1.72	2
5	HD 44 537		3357	0.70	K5IAR	5	10.7	0.00	2
6	HD 44 829		4165	0.95	K0IAR	5	9.4	1.58	2
7	HD 48 329		4692	1.05	G8IV	5	8.7	1.23	2
8	HD 62 509		4829	2.50	K0III	5	4.1	0.66	2
9	HD 76 284		4801	2.50	K0III	5	3.6	0.56	2
10	HD 101 501		5330	4.43	G8V	5	3.0	0.45	2
11	HD 157 999		3769	2.26	K3II	5	5.7	1.56	2
12	HD 165 341		5126	4.45	KOV	5	2.8	0.42	2
13	HD 200 465		3762	2.26	K3III	5	4.7	0.49	2
14	HD 206 778		4198	0.86	K2I3	5	7.6	1.21	2
15	HD 210 745		4198	0.86	K4I3	5	8.2	1.38	2
16	HD 222 404		4637	4.46	K1IV	5	4.9	0.70	2
17	HD 76 294		4801	2.56	G8II	5	3.6	0.56	2
18	HD 200 465		3762	0.85	K2I	5	3.8	0.32	2
19		LANBDA BOO	8400	4.07	X	1	1.4	0.31	2
20		29 CVR	8000	3.90	X	1	4.0	0.52	2
21		PI1 ONI	8542	4.00	X	1	0.0	0.56	3
22		THETA HYA	11200	4.20	X	1	2.1	0.21	3
23		GAMMA AOR	10500	4.00	X	1	3.0	0.33	3
24		ALPHA LVR	9509	3.80	X	1	3.1	0.40	3
25		GAMMA PEG	9509	3.50	X	1	0.0	0.50	3
26	HD 161 P17		7754	3.10	X	1	10.6	1.58	3
27		BETA ARI	8000	3.90	X	1	0.3	0.42	3
28	HD 102 870		6420	4.29	F9V	1	3.0	0.27	3
29	HD 165 341		4562	4.65	KOV	4	2.6	0.3	4
30	HD 206 778		3733	0.85	K2I0	4	5.6	0.66	5
31	HD 201 091		3760	4.50	K5V	4	2.6	0.07	5
32	HD 200 905		3862	1.70	K2I3	4	5.7	1.10	5
33	HD 100 262		11538	1.00	A0IA	6	1.5	0.12	5
34	HD 125 835		10080	1.00	A0IA	6	3.3	0.28	5
35	HD 161 912		11538	1.00	A0IA	6	10.0	0.10	6
36	HD 62 058		5934	1.00	G0IA	6	12.0	1.74	6
37	HD 67 594		5805	1.35	G2I3	5	6.0	0.68	7
38	HD 96 918		5824	1.00	G0IA	6	10.0	1.45	7
39	HD 192 876		5275	1.30	G3I3	5	4.0	1.00	7
40	HD 204 867		5624	1.45	G0I3	5	0.0	0.57	7
41	HD 102 635		6050	4.30	X	1	2.0	0.28	7
42	HD 106 516		6050	4.30	X	1	1.4	0.20	8
43		47 UMA	6154	4.35	G0V	5	4.1	0.57	8
44		6223 CVN	6223	4.35	G0V	5	3.5	0.48	9
45		HR 672	6516	4.34	F9V	5	2.4	0.32	9

NAME	HO-NUMBER	NAME	T	LOG G MK	K	XJ	XI/S	REF	NR	HO-NUMBER	NAME	T	LOG G MK	K	XJ	XI/S	REF
BETA COM		6516 4.35	DOV	5	3.6 0.48	9			91 HO 28 307			4800 2.90	X	1	1.8 0.28	16	
99 HER	46	6086 4.32	DOV	5	2.0 0.28	9			92 HO 35 369			4650 2.70	X	1	1.3 0.21	16	
BETA VIR	47	6086 4.23	F6V	5	3.0 0.42	9			93 HO 37 160			4440 2.70	X	1	1.2 0.19	16	
HR 5 691	48	5955 4.33	F6V	5	3.3 0.47	9			94 HO 39 003			4400 2.20	X	1	1.9 0.31	16	
9 CON	50	6154 4.33	F6V	5	2.4 0.33	9			95 HO 40 035			4680 2.80	X	1	1.6 0.25	16	
THETA PER		6516 4.32	F7V	5	2.0 0.27	9			96 HO 47 205			4610 2.90	X	1	2.0 0.32	16	
110 HER	51	6086 4.31	F6V	5	1.9 0.27	9			97 HO 58 207			4670 2.60	X	1	1.5 0.24	16	
OH1 SNG	52	6154 4.31	F6V	5	1.9 0.26	9			98 HO 62 509			4680 2.90	X	1	1.8 0.29	16	
22 LVI	54	6366 4.31	F6V	5	2.1 0.29	9			99 HO 71 369			5110 2.90	X	1	1.4 0.21	16	
PI3 ORI	55	6223 4.31	F6V	5	2.0 0.28	9			100 HO 72 779			5440 3.00	X	1	1.4 0.21	16	
SIGMA ROO		6398 4.27	F2V	5	1.5 0.20	9			101 HO 73 665			4850 2.70	X	1	2.4 0.37	16	
A GAMMA VIR	57	6673 4.25	F0V	5	3.3 0.44	9			102 HO 73 710			4760 2.70	X	1	2.0 0.32	16	
A GAMMA VIR	58	7101 4.25	F0V	5	3.5 0.46	9			103 HO 85 503			4360 2.40	X	1	2.0 0.32	16	
3 GAMMA VIR	59	6673 4.25	F0V	5	3.0 0.40	9			104 HO 88 284			4790 2.70	X	1	1.8 0.28	16	
37 USA	60	6754 4.26	F1V	5	3.1 0.41	9			105 HO 93 813			4080 2.00	X	1	2.0 0.32	16	
ETA LEP		6366 4.25	F0V	5	2.7 0.37	9			106 HO 94 264			4470 2.60	X	1	1.7 0.27	16	
ETA LEP	61	6593 4.25	F0V	5	3.0 0.40	9			107 HO 96 833			4400 2.30	X	1	1.8 0.29	16	
9 AUR	62	6516 4.25	F0V	5	3.3 0.45	9			108 HO 104 985			4520 2.40	X	1	1.7 0.27	16	
30 LVI	63	7287 4.25	F0V	5	3.8 0.50	9			109 HO 107 328			4160 1.90	X	1	1.9 0.31	16	
14 AUR	64	6754 4.24	A9V	5	3.7 0.49	9			110 HO 113 226			4940 2.80	X	1	1.9 0.29	16	
95 LEO		6923 4.18	A3V	5	2.0 0.26	9			111 HO 118 266			4580 2.80	X	1	1.6 0.26	16	
THETA LEO	67	7011 4.17	A2V	5	1.8 0.24	9			112 HO 120 164			4570 2.50	X	1	2.1 0.33	16	
SONNE	68	5800 4.14	A2V	5	1.4 0.20	9			113 HO 123 139			4520 2.40	X	1	1.7 0.27	16	
ALPHA LVR	69	9500 4.00	X	1	3.0 0.39	9			114 HO 124 897			4030 1.90	X	1	2.1 0.34	16	
	70 HO 73 666	9500 4.00	X	1	4.0 0.52	10			115 HO 125 454			4610 2.50	X	1	1.5 0.24	16	
	71 HO 22 615	9500 4.00	X	1	10.0 1.38	10			116 HO 125 560			4260 2.40	X	1	1.6 0.26	16	
	72 HO 23 194	9500 4.00	X	1	9.0 1.24	10			117 HO 130 952			4590 2.60	X	1	1.9 0.26	16	
	73 HO 23 357	9500 4.00	X	1	2.5 0.33	10			118 HO 132 345			4280 2.10	X	1	1.8 0.29	16	
	74 HO 23 607	9500 4.00	X	1	9.5 1.30	10			119 HO 135 722			4600 2.70	X	1	1.2 0.19	16	
	75 HO 23 631	9500 4.00	X	1	4.5 0.58	10			120 HO 136 512			4510 2.60	X	1	1.4 0.22	16	
	76 HO 23 924	9500 4.00	X	1	9.5 1.30	10			121 HO 137 759			4230 2.20	X	1	1.6 0.26	16	
	77 HO 23 964	10000 4.00	X	1	4.0 0.48	10			122 HO 140 573			4620 2.40	X	1	1.9 0.26	16	
	78 HO 24 368	9500 4.00	X	1	5.0 0.65	10			123 HO 143 666			4650 2.80	X	1	1.7 0.27	16	
THETA VIR	79	9500 4.00	A1V	1	3.0 0.39	10			124 HO 160 290			4160 2.00	X	1	2.0 0.33	16	
Omicron PEG	80	9500 4.00	A1V	1	3.0 0.39	10			125 HO 160 315			4530 2.60	X	1	2.1 0.34	16	
GAMMA GEM	81 HO 2 421	9500 4.00	A2V	1	3.0 0.39	10			126 HO 161 096			4370 2.30	X	1	1.9 0.31	16	
ALPHA LEP	82	9500 3.70	FOVB	2	2.5 0.32	10			127 HO 168 322			4480 2.50	X	1	1.7 0.27	16	
ALPHA LEP	83 HO 36 673	8308 1.45	FOVB	2	5.0 0.69	10			128 HO 168 723			4650 2.90	X	1	1.2 0.19	16	
15 VUL	84 HO 36 673	7500 1.45	FOVB	1	6.0 0.88	11			129 HO 169 414			4310 2.30	X	1	1.0 0.16	16	
	85	8000 3.50	A1II	1	4.5 0.62	12			130 HO 180 711			4620 2.70	X	1	1.7 0.27	16	
MUE CET		8571 4.06	FOIV	2	2.0 0.96	13			131 HO 188 947			4580 2.70	X	1	1.9 0.30	16	
ALPHA CM1	87	6545 4.00	F5IV	1	2.7 0.37	14			132 HO 216 228			4640 2.70	X	1	1.5 0.24	16	
	88 HO 27 371	4840 2.80	X	1	1.7 0.26	15			133		DELTA REP	6070 1.90	X	1	6.0 0.85	16	
	89 HO 27 697	4790 2.80	X	1	2.0 0.31	16			134		DELTA REP	5930 1.90	X	1	6.5 0.92	17	
	90 HO 28 305	4710 2.70	X	1	1.7 0.27	16			135		PHI CAS	7000 1.00	FOIA	7	12.0 1.80	17	

NR	HD-NUMMEN	NAME	T	LOG G MK	K	XI	XT/S	REF
181	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	3.0 0.38	28	
182	HD 187 983		11500 1.00	A11AB	7	10.6 0.00	28	
183	HD 14 489		11000 1.00	A21A	7	11.1 1.11	29	
184	HD 197 345		11000 1.00	A21A	7	11.1 1.00	29	
185	HD 207 260		11000 1.00	A21A	7	11.1 0.94	29	
186	HD 13 476		10500 1.72	A31AB	7	11.6 1.00	29	
187	HD 15 316		10500 1.72	A31AB	7	12.7 1.10	29	
188	HD 213 470		10500 1.00	A31A	7	11.6 1.01	29	
189	HD 223 385		10500 0.80	A31A+	7	8.4 0.74	29	
190	HD 17 378		9500 1.00	A51A	7	11.8 1.07	29	
191	HD 164 514		9500 1.00	A51A	7	12.1 1.09	29	
192		6 CAS	10500 0.80	A31A+	7	16.8 1.29	29	
193		9 PER	11000 1.00	A21A	7	13.4 1.14	30	
194		NUE DEP	11000 1.00	A21A	7	10.3 0.80	30	
195	HD 34 578		8352 2.09	A51I	2	4.5 0.62	30	
196		TAU 300	6462 0.30	X	1	2.0 0.27	31	
197		ALPHA TAU	3749 1.00	F51II	1	1.5 0.23	32	
198		BETA GEM	4755 2.80	K01II	1	1.0 0.16	32	
199		NUE LEO	4460 2.20	K21II	1	1.3 0.21	33	
200		EPSILON VIR	4950 2.70	G81II	1	1.0 0.15	33	
201		BETA GET	4800 2.90	K11II	1	0.5 0.06	34	
202		EPSILON CYG	4750 2.90	K01II	1	1.4 0.22	34	
203		ZETA CEP	4700 1.50	K11I	1	3.2 0.51	34	
204		ALPHA ARI	4440 2.50	K21II	1	1.1 0.18	34	
205		A GAMMA LEO	4300 1.70	K01II	1	1.7 0.26	34	
206		ALPHA HVA	4100 1.90	K31I	1	2.0 0.33	34	
207		GAMMA DRA	3780 1.50	K51II	1	1.3 0.21	34	
208	HD 206 778	EPSILON PEG	4180 1.00	K21A	1	3.5 0.59	34	
209		EPSILON LEO	5934 2.40	G01I	2	2.7 0.33	35	
210		EPSILON VIR	5495 2.70	G91II	2	1.8 0.26	36	
211	HD 7 583		8460 0.87	A01A-0	1	6.5 0.59	36	
212	HD 122 563		4600 1.20	X	1	2.6 0.62	37	
213	HD 33 579		8130 1.70	A31A-0	1	10.0 1.00	37	
214		SUN	5640 0.37	G21V	6	1.3 0.16	37	
215	HD 26		4400 2.50	K01II	6	1.2 0.11	37	
216	HD 432		7166 4.27	F21V	6	2.3 0.20	38	
217	HD 1 013		2960 1.54	M21II	6	3.0 0.00	40	
218	HD 1 461		5300 4.40	F51V	6	2.6 0.40	40	
219	HD 1 461		5300 4.40	F51V	6	2.6 0.41	40	
220	HD 2 151		5780 4.36	G11V	6	2.0 0.29	40	
221	HD 3 456		4400 2.66	G31II	6	2.2 0.35	40	
222	HD 3 486		3780 0.80	K11P	6	3.3 0.55	40	
223	HD 3 627		4040 2.26	K31II	6	2.3 0.36	40	
224	HD 3 651		4700 4.45	K01V	6	2.8 0.42	40	
225	HD 4 128		4400 2.50	K01II	6	1.9 0.31	40	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	
189	HD 7 927	PHI CAS	7300 0.68	F01A	1	13.7 1.87	27	
186	HD 244 539		9000 2.45	A01A	1	4.0 0.32	26	
187	HD 87 737	ETA LEO	9421 2.45	A01A	4	4.6 0.53	27	
188	HD 46 300	13 MON	9421 2.45	A01A	4	3.6 0.42	27	

NAME	HO-NUMBER	NAME	T	LOG G MK	K	XI	XT/S	REF
226 HO 4 813		6140 4.33 F8V	6	1.2 0.17	40			
227 HO 5 015		6140 4.33 F8IV	6	3.5 0.49	40			
228 HO 5 015		6140 4.33 F8IV	6	1.8 0.25	40			
229 HO 6 497		4160 2.34 K2III	6	1.9 0.30	40			
230 HO 6 805		4160 2.34 K2III	6	2.1 0.34	40			
231 HO 6 805		4160 2.34 K2III	6	2.5 0.40	40			
232 HO 6 833		4280 2.42 K1III	6	1.5 0.25	40			
233 HO 6 860		3200 1.70 M0III	6	1.4 0.00	40			
234 HO 6 860		3200 1.70 M0III	6	2.3 0.00	40			
235 HO 7 927		7000 1.00 F0IA	7	15.1 2.26	40			
236 HO 7 927		7000 1.00 F0IA	7	5.8 0.86	40			
237 HO 7 927		7000 1.00 F0IA	7	2.5 1.88	40			
238 HO 8 512		4000 2.50 K0III	6	2.6 0.42	40			
239 HO 9 270		4640 2.66 G8III	6	2.4 0.38	40			
240 HO 9 366		3780 0.80 K3IB	6	3.7 0.63	40			
241 HO 9 826		6140 4.33 F8V	6	2.8 0.39	40			
242 HO 10 307		5660 4.37 G2V	6	1.2 0.17	40			
243 HO 10 307		5660 4.37 G2V	6	1.5 0.22	40			
244 HO 10 357		5660 4.37 G2V	6	2.3 0.32	40			
245 HO 10 476		4580 4.46 K1V	6	1.2 0.17	40			
246 HO 11 443		6380 4.31 F6IV	6	4.0 0.55	40			
247 HO 12 274		3080 1.62 M1III	6	2.8 0.00	40			
248 HO 12 533		4160 2.34 K2III	6	2.7 0.43	40			
249 HO 12 929		4160 2.34 K2III	6	1.8 0.29	40			
250 HO 13 976		5900 4.35 G0V	6	1.1 0.16	40			
251 HO 13 974		5900 4.35 G0V	6	1.1 0.16	40			
252 HO 14 214		6020 4.34 F9V	6	2.4 0.34	40			
253 HO 14 214		6020 4.34 F9V	6	4.0 0.56	40			
254 HO 14 662		6020 1.60 F7IB	6	6.2 0.87	40			
255 HO 16 895		6260 4.32 F7V	6	1.2 0.16	40			
256 HO 16 895		6260 4.32 F7V	6	2.7 0.37	40			
257 HO 16 895		6260 4.32 F7V	6	2.7 0.37	40			
258 HO 17 506		3780 0.80 K3IB	6	3.8 0.65	40			
259 HO 17 506		3780 0.80 K3IB	6	10.3 1.80	40			
260 HO 18 884		2960 1.54 M2III	6	3.3 0.00	40			
261 HO 19 058		2720 1.38 M4III	6	3.5 0.00	40			
262 HO 19 373		5900 4.35 G0V	6	1.4 0.20	40			
263 HO 19 373		5900 4.35 G0V	6	1.6 0.23	40			
264 HO 19 373		5900 4.35 G0V	6	1.8 0.25	40			
265 HO 20 468		4160 2.34 K2II	6	2.8 0.45	40			
266 HO 20 630		5300 4.40 G5V	6	2.0 0.31	40			
267 HO 20 644		3920 2.18 K4III	6	3.0 0.46	40			
268 HO 20 766		5660 4.37 G2V	6	1.5 0.22	40			
269 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	3.7 0.51	40			
270 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	3.7 0.51	40			
271 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	5.0 0.70	40			
272 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	5.1 0.71	40			
273 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	5.1 0.71	40			
274 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	5.8 0.81	40			
275 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	6.3 0.84	40			
276 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	6.8 0.95	40			
277 HO 20 902		6300 1.70 F5IB	6	10.9 1.55	40			
278 HO 22 009		4460 4.47 K2V	6	2.6 0.36	40			
279 HO 22 484		6140 4.33 F8V	6	1.1 0.15	40			
280 HO 22 879		6020 4.34 F9V	6	1.0 0.14	40			
281 HO 23 230		6185 3.38 F5II	6	8.5 1.18	40			
282 HO 23 249		4700 4.45 K0IV	6	1.3 0.19	40			
283 HO 23 249		4700 4.45 K0IV	6	0.4 0.07	40			
284 HO 23 269		6260 4.32 F7V	6	2.0 0.28	40			
285 HO 23 386		5980 4.36 G1V	6	1.8 0.25	40			
286 HO 23 464		6140 4.33 F8V	6	2.5 0.35	40			
287 HO 23 713		6260 4.32 F7V	6	2.0 0.28	40			
288 HO 23 732		6485 4.30 F5V	6	1.8 0.28	40			
289 HO 25 025		3200 1.70 M0III	6	3.0 0.50	40			
290 HO 25 291		7320 3.46 F0II	6	5.3 0.72	40			
291 HO 25 329		4580 4.46 K1V	6	1.4 0.20	40			
292 HO 25 329		4580 4.46 K1V	6	1.4 0.20	40			
293 HO 25 825		5900 4.35 G0V	6	3.3 0.47	40			
294 HO 26 462		6712 4.24 F6V	6	6.8 0.11	40			
295 HO 26 462		6712 4.24 F6V	6	2.6 0.35	40			
296 HO 26 630		5600 1.45 G0IB	6	5.5 0.70	40			
297 HO 26 736		5540 4.34 G3V	6	2.5 0.37	40			
298 HO 26 756		5300 4.40 G5V	6	1.6 0.25	40			
299 HO 26 767		5300 4.40 G5V	6	3.4 0.51	40			
300 HO 26 767		5660 4.37 G2V	6	3.9 0.56	40			
301 HO 26 965		4700 4.45 K0V	6	2.4 0.36	40			
302 HO 27 022		5000 2.90 G5III	6	1.6 0.25	40			
303 HO 27 371		4400 2.50 K0III	6	1.5 0.23	40			
304 HO 27 371		4400 2.50 K0III	6	2.7 0.44	40			
305 HO 27 371		4400 2.50 K0III	6	3.8 0.61	40			
306 HO 27 383		6140 4.33 F8V	6	2.2 0.31	40			
307 HO 27 561		6485 4.30 F5V	6	1.2 0.16	40			
308 HO 27 685		6485 4.30 F5V	6	2.6 0.36	40			
309 HO 27 685		5300 4.40 G5V	6	3.0 0.45	40			
310 HO 27 697		4400 2.50 K0III	6	1.3 0.21	40			
311 HO 27 697		4400 2.50 K0III	6	3.8 0.61	40			
312 HO 27 697		4400 2.50 K0III	6	3.9 0.63	40			
313 HO 27 808		4460 4.47 K2V	6	2.3 0.31	40			
314 HO 27 808		6260 4.32 F7V	6	1.2 0.17	40			
315 HO 27 836		5780 4.36 G1V	6	3.3 0.47	40			

+19*708

NO.	HD-NUMBER	NAME	T	LOG G MK	K	XI	XI/S	REF	NR	HD-NUMBER	NAME	T	LOG G MK	K	XI	XI/S	REF
316	HD 27 859		5780 4.36	G1V	6	3.0	0.43	40	361	HD 45 829		4200 0.95	K0IAR	6	9.4	1.58	40
317	HD 27 089		5140 4.41	G6V	6	3.8	0.57	40	362	HD 48 358		4880 1.05	G8IV	6	8.7	1.82	40
318	HD 28 068		5780 4.36	G1V	6	1.9	0.27	40	363	HD 48 682		5900 4.35	G0V	6	1.8	0.26	40
319	HD 28 068		5780 4.36	G1V	6	3.4	0.49	40	364	HD 48 737		4185 3.38	F5III	6	4.3	0.60	40
320	HD 28 099		5660 4.37	G2V	6	1.8	0.26	40	365	HD 48 781		6280 2.42	K1III	6	2.3	0.36	40
321	HD 28 305		4400 2.50	K0III	6	2.0	0.31	40	366	HD 50 778		4040 2.26	K3III	6	2.0	0.31	40
322	HD 28 305		4400 2.50	K0III	6	2.9	0.47	40	367	HD 54 605		5880 1.00	F8IA	7	5.1	0.73	40
323	HD 28 305		4400 2.50	K0III	6	3.8	0.61	40	368	HD 54 605		5880 1.00	F8IA	7	10.0	1.65	40
324	HD 28 307		4400 2.50	K0III	6	2.0	0.31	40	369	HD 54 605		5880 1.00	F8IA	7	10.4	1.51	40
325	HD 28 344		5660 4.37	G2V	6	1.9	0.27	40	370	HD 55 575		5900 4.35	G0V	6	1.0	0.15	40
326		+17°734	4700 4.45	K0V	6	2.3	0.34	40	371	HD 58 855		6380 4.31	F6V	6	2.1	0.29	40
327	HD 28 483		6380 4.31	F6V	6	1.5	0.21	40	372	HD 58 966		7620 4.25	F0V	6	0.6	0.08	40
328	HD 28 942		5780 4.36	G1V	6	2.8	0.40	40	373	HD 61 421		6685 4.30	F5IV	6	1.2	0.16	40
329	HD 29 139		3800 2.10	K5III	6	1.3	0.18	40	374	HD 61 421		6685 4.30	F5IV	6	2.0	0.27	40
330	HD 29 139		3800 2.10	K5III	6	4.7	0.72	40	375	HD 61 421		6685 4.30	F5IV	6	2.2	0.30	40
331	HD 29 314		5780 4.36	G1V	6	3.2	0.46	40	376	HD 61 421		6685 4.30	F5IV	6	2.3	0.32	40
332	HD 30 455		5660 4.17	G2V	6	0.4	0.06	40	377	HD 61 421		6685 4.30	F5IV	6	2.4	0.31	40
333	HD 30 604		5920 2.18	K4II	6	1.9	0.29	40	378	HD 61 421		6685 4.30	F5IV	6	2.5	0.35	40
334	HD 30 629		5780 4.36	G1V	6	1.2	0.17	40	379	HD 61 421		6685 4.30	F5IV	6	2.9	0.39	40
335	HD 30 652		6380 4.31	F6V	6	1.5	0.21	40	380	HD 61 421		6685 4.30	F5IV	6	3.6	0.49	40
336	HD 30 652		6380 4.31	F6V	6	2.0	0.27	40	381	HD 62 395		4640 2.66	G8III	6	4.5	0.72	40
337	HD 30 652		6380 4.31	F6V	6	2.6	0.36	40	382	HD 62 395		4400 2.50	K0III	6	0.1	0.46	40
338	HD 30 676		6140 4.33	F8V	6	2.7	0.38	40	383	HD 63 077		5900 4.35	G0V	6	0.6	0.09	40
339	HD 30 815		6380 4.31	F6V	6	2.7	0.37	40	384	HD 67 228		5660 4.37	G2IV	6	1.3	0.18	40
340	HD 31 910		5600 1.45	G0IAR	6	7.5	1.10	40	385	HD 67 523		6080 3.36	F6II	6	1.8	0.25	40
341	HD 32 069		3920 2.18	K4II	6	6.5	1.05	40	386	HD 67 523		6080 3.36	F6II	6	4.8	0.67	40
342	HD 32 069		3920 2.18	K4II	6	13.0	2.19	40	387	HD 69 267		3920 2.18	K4II	6	2.0	0.30	40
343	HD 32 347		3920 2.18	K4II	6	7.6	1.24	40	388	HD 69 857		4380 4.31	F6V	6	1.9	0.26	40
344	HD 32 347		7620 4.25	F0V	6	3.3	0.43	40	389	HD 73 665		4400 2.50	K0III	6	1.6	0.30	40
345	HD 32 537		7620 4.25	F0V	6	3.7	0.48	40	390	HD 73 710		4400 2.50	K0III	6	1.3	0.22	40
346	HD 34 411		5900 4.35	G0V	6	1.0	0.15	40	391	HD 76 294		4400 2.50	K0III	6	3.3	0.53	40
347	HD 34 473		7000 1.05	F0IAR	6	6.8	0.96	40	392	HD 76 294		4400 2.50	K0III	6	3.6	0.58	40
348	HD 37 160		4400 2.50	K0III	6	1.3	0.22	40	393	HD 78 454		6260 4.32	F7IV	6	4.4	0.41	40
349	HD 37 160		4400 2.50	K0III	6	9.5	1.55	40	394	HD 79 452		4880 2.82	G6III	6	1.5	0.23	40
350	HD 38 247		4480 0.94	G8IAR	7	5.1	0.83	40	395	HD 81 797		4040 2.26	K3III	6	2.3	0.36	40
351	HD 38 393		7166 4.27	F2V	6	1.3	0.16	40	396	HD 81 797		4040 2.26	K3III	6	2.8	0.44	40
352	HD 38 751		4640 2.66	G8III	6	1.8	0.28	40	397	HD 82 328		4380 4.31	F6IV	6	0.0	0.00	40
353	HD 39 364		5400 2.66	G8III	6	3.2	0.51	40	398	HD 82 328		6380 4.31	F6IV	6	1.9	0.26	40
354	HD 39 587		4640 2.35	G0V	6	1.6	0.23	40	399	HD 82 328		6380 4.31	F6IV	6	3.2	0.44	40
355	HD 40 136		7620 4.25	F0V	6	2.7	0.35	40	400	HD 85 503		4160 2.34	K2III	6	2.8	0.45	40
356	HD 40 136		7620 4.25	F0V	6	3.0	0.39	40	401	HD 86 728		5660 4.37	G2V	6	1.8	0.25	40
357	HD 43 039		4640 2.66	G8III	6	1.6	0.25	40	402	HD 88 284		4400 2.50	K0III	6	1.9	0.31	40
358	HD 43 039		4640 2.66	G8III	6	3.3	0.53	40	403	HD 88 284		4400 2.50	K0III	6	2.8	0.61	40
359	HD 43 039		3780 0.80	K3IAR	6	10.0	1.75	40	404	HD 89 449		6380 4.31	F6IV	6	0.9	0.13	40
360	HD 45 348		7000 1.00	F0IAR	7	3.5	0.52	40	405	HD 89 484		4400 2.50	K0III	6	1.7	0.27	40

NO	HO-NUMBER	NAME	T	LOC	G MK	K	XI	XI/S	REF	NO	HO-NUMBER	NAME	T	LOG	G MK	K	XI	XI/S	REF
406	HO 89 484		4400	2.50	K0111	6	2.2	0.35	40	451	HO 110 379		7620	4.25	F0V	6	3.5	0.46	40
407	HO 89 484		4400	2.50	K0111	6	3.6	0.58	40	452	HO 110 379		7620	4.25	F0V	6	3.0	0.39	40
408	HO 89 485		4760	2.74	G7111	6	1.7	0.27	40	453	HO 110 897		5900	4.35	G0V	6	0.7	0.10	40
409	HO 89 485		4760	2.74	G7111	6	2.0	0.32	40	454	HO 112 033		4640	2.66	G8111	6	1.5	0.23	40
410	HO 89 485		4760	2.74	G7111	6	3.4	0.54	40	455	HO 113 226		4520	2.58	G8111	6	1.8	0.30	40
411	HO 90 277		7620	4.25	F0V	6	3.8	0.50	40	456	HO 113 226		4520	2.58	G9111	6	2.0	0.32	40
412	HO 90 277		7620	4.25	F0V	6	5.7	0.75	40	457	HO 113 226		4520	2.58	G9111	6	3.3	0.53	40
413	HO 90 432		3920	2.18	K4111	6	1.5	0.22	40	458	HO 114 642		6080	3.36	F6111	6	1.2	0.17	40
414	HO 90 508		5780	4.36	G1V	6	1.3	0.19	40	459	HO 114 710		5900	4.35	G0V	6	0.8	0.11	40
415	HO 90 537		4640	2.66	G8111	6	1.5	0.24	40	460	HO 114 710		5900	4.35	G0V	6	1.3	0.18	40
416	HO 90 537		4640	2.66	G8111	6	2.4	0.38	40	461	HO 114 710		5900	4.35	G0V	6	1.7	0.24	40
417	HO 90 839		6140	4.33	F4V	6	3.5	0.50	40	462	HO 114 710		5900	4.35	G0V	6	1.9	0.27	40
418	HO 91 480		7393	4.26	F1V	6	3.1	0.40	40	463	HO 114 710		5900	4.35	G0V	6	3.5	0.50	40
419	HO 94 264		4400	2.50	K0111	6	1.8	0.29	40	464	HO 114 762		6020	4.34	F9V	6	0.7	0.10	40
420	HO 94 264		4400	2.50	K0111	6	1.8	0.30	40	465	HO 115 043		5660	4.37	G2V	6	1.0	0.14	40
421	HO 95 128		5900	4.35	G0V	6	4.1	0.58	40	466	HO 117 440		4640	2.66	G8111	6	2.4	0.38	40
422	HO 95 272		4400	2.50	K0111	6	1.8	0.28	40	467	HO 120 136		4640	4.32	F7V	6	2.0	0.28	40
423	HO 95 680		4400	2.50	K0111	6	1.5	0.25	40	468	HO 120 933		3800	2.10	K5111	6	3.0	0.44	40
424	HO 96 833		4280	2.42	K1111	6	2.7	0.44	40	469	HO 121 370		5900	4.35	G01V	6	1.5	0.21	40
425	HO 96 833		4280	2.42	K1111	6	3.0	0.48	40	470	HO 121 370		5900	4.35	G01V	6	1.6	0.23	40
426	HO 96 833		4280	2.42	K1111	6	3.2	0.52	40	471	HO 122 563		5900	4.35	G01V	6	1.2	0.16	40
427	HO 97 907		4040	2.26	K3111	6	1.9	0.30	40	472	HO 122 563		5900	4.35	G01V	6	1.4	0.20	40
428	HO 98 230		5900	4.35	G0V	6	1.9	0.27	40	473	HO 122 563		5900	4.35	G01V	6	1.7	0.24	40
429	HO 98 231		5900	4.35	G0V	6	0.9	0.13	40	474	HO 122 563		5900	4.35	G01V	6	2.6	0.37	40
430	HO 98 262		4040	2.26	K3111	6	2.6	0.41	40	475	HO 123 139		4400	2.50	K0111	6	1.1	0.18	40
431	HO 98 430		4640	2.66	G8111	6	2.3	0.37	40	476	HO 123 139		4400	2.50	K0111	6	2.6	0.42	40
432	HO 101 501		4940	4.43	G8V	6	2.8	0.42	40	477	HO 124 425		6380	4.31	F61V	6	1.4	0.19	40
433	HO 101 501		4940	4.43	G8V	6	3.0	0.45	40	478	HO 124 850		6080	3.36	F6111	6	1.2	0.19	40
434	HO 102 224		4400	2.50	K0111	6	3.0	0.48	40	479	HO 128 167		7166	4.27	F2V	6	1.5	0.20	40
435	HO 102 870		6140	4.33	F8V	6	1.6	0.22	40	480	HO 128 167		7166	4.27	F2V	6	2.0	0.26	40
436	HO 102 870		6140	4.33	F8V	6	2.1	0.29	40	481	HO 128 167		7166	4.27	F2V	6	2.0	0.27	40
437	HO 102 870		6140	4.33	F8V	6	3.0	0.42	40	482	HO 128 167		7166	4.27	F2V	6	2.5	0.33	40
438	HO 102 870		6140	4.33	F8V	6	3.0	0.42	40	483	HO 129 312		4640	2.66	G8111	6	2.0	0.33	40
439	HO 104 979		4640	2.66	G8111	6	3.5	0.56	40	484	HO 129 312		4640	2.66	G8111	6	3.8	0.61	40
440	HO 106 516		6380	4.31	F6V	6	0.0	0.00	40	485	HO 130 952		4640	2.66	G8111	6	1.3	0.20	40
441	HO 106 516		6380	4.31	F6V	6	1.4	0.19	40	486	HO 130 952		4640	2.66	G8111	6	1.8	0.29	40
442	HO 107 213		6140	4.33	F8V	6	2.4	0.33	40	487	HO 131 156		4940	4.43	G8V	6	2.6	0.40	40
443	HO 107 328		4280	2.42	K1111	6	1.7	0.27	40	488	HO 135 722		4640	2.66	G8111	6	1.5	0.24	40
444	HO 107 328		4280	2.42	K1111	6	2.1	0.34	40	489	HO 135 722		4640	2.66	G8111	6	3.3	0.53	40
445	HO 108 381		4280	2.42	K1111	6	2.3	0.37	40	490	HO 136 064		6140	4.33	F8V	6	3.2	0.44	40
446	HO 108 381		4280	2.42	K1111	6	2.5	0.40	40	491	HO 136 064		6140	4.33	F8V	6	3.3	0.46	40
447	HO 109 358		5900	4.35	G0V	6	1.5	0.21	40	492	HO 136 202		6140	4.33	F81V	6	1.3	0.17	40
448	HO 109 358		5900	4.35	G0V	6	2.5	0.36	40	493	HO 136 202		6140	4.33	F81V	6	2.8	0.39	40
449	HO 109 358		5900	4.35	G0V	6	3.5	0.50	40	494	HO 136 512		4640	2.50	K0111	6	1.6	0.27	40
450	HO 110 379		7620	4.25	F0V	6	3.3	0.43	40	495	HO 136 716		4280	2.42	K1111	6	1.8	0.30	40

NO	HD-NUMBER	NAME	T	LOG G MK	K	XI	XI/S	REF	NO	HD-NUMBER	NAME	T	LOG G MK	K	XI	XI/S	REF	
541	HD 165 341		4700	4.45	K0V	6	2.5	0.37	40	542	HD 165 341	4700	4.45	K0V	6	2.6	0.39	40
543	HD 165 341		4700	4.45	K0V	6	2.8	0.42	40	544	HD 165 760	4640	2.66	S8III	6	1.7	0.27	40
545	HD 165 908		6260	4.32	F7V	6	0.9	0.12	40	546	HD 165 908	6260	4.32	F7V	6	1.1	0.15	40
547	HD 165 908		6260	4.32	F7V	6	1.3	0.17	40	548	HD 165 908	6260	4.32	F7V	6	2.0	0.28	40
549	HD 168 723		4400	2.50	K0III	6	0.8	0.14	40	550	HD 168 723	4400	2.50	K0III	6	2.1	0.34	40
551	HD 169 414		4280	2.42	K1III	6	2.2	0.35	40	552	HD 170 153	6260	4.32	F7V	6	3.8	0.52	40
553	HD 170 820		4880	2.82	G6II	6	2.8	0.43	40	554	HD 170 886	5240	3.06	G3II	6	2.4	0.36	40
555	HD 173 667		6380	4.31	F6V	6	1.9	0.26	40	556	HD 173 667	6380	4.31	F6V	6	2.8	0.39	40
557	HD 176 670		4040	2.26	K3II	6	2.6	0.41	40	558	HD 182 572	5900	4.35	G0IV	6	0.9	0.13	40
559	HD 182 572		5900	4.35	G0IV	6	1.3	0.18	40	560	HD 182 835	6720	1.85	F2I0	6	7.2	1.01	40
561	HD 184 406		4040	2.26	K3III	6	1.6	0.26	40	562	HD 184 406	4040	2.26	K3III	6	3.8	0.54	40
563	HD 185 395		6485	4.30	F5IV	6	1.8	0.25	40	564	HD 186 408	5660	4.37	G2V	6	1.6	0.24	40
565	HD 186 427		5300	4.40	G5V	6	1.8	0.26	40	566	HD 186 794	4040	2.26	K3II	6	2.8	0.44	40
567	HD 187 923		5660	4.37	G2V	6	1.8	0.25	40	568	HD 188 056	4040	2.26	K3III	6	2.2	0.35	40
569	HD 188 056		4040	2.26	K3III	6	3.8	0.61	40	570	HD 188 512	4940	4.43	G4IV	6	0.8	0.12	40
571	HD 188 512		4940	4.43	G4IV	6	0.8	0.13	40	572	HD 188 512	4940	4.43	G8IV	6	1.3	0.20	40
573	HD 189 319		3800	2.10	K5III	6	1.9	0.27	40	574	HD 189 319	3800	2.10	K5III	6	2.5	0.36	40
575	HD 189 319		3800	2.10	K5III	6	3.8	0.57	40	576	HD 190 404	4580	4.46	K1V	6	1.1	0.16	40
577	HD 190 404		4580	4.46	K1V	6	1.5	0.21	40	578	HD 192 319	4580	4.46	K1V	6	1.6	0.23	40
579	HD 192 578		3640	0.75	K4IR	6	8.2	1.42	40	580	HD 192 909	3780	0.80	K3IB	6	12.0	2.11	40
581	HD 193 370		6300	1.70	F5IB	6	5.5	0.77	40	582	HD 193 370	6300	1.70	F5IB	6	6.5	0.91	40
583	HD 193 370		6300	1.70	F5IB	6	11.5	1.64	40	584	HD 194 093	5880	1.55	F8IB	6	5.0	0.72	40
585	HD 194 093		5880	1.55	F8IB	6	6.2	0.88	40									

NR	HO-NUMBER	NAME	T	LOG G MK	K	XI	XI/S	REF
631	HD 211 998		5900	4.35	G0V	6	1.3 0.18	40
632	HD 215 648		6260	4.32	F7V	6	1.4 0.19	40
633	HD 218 946		3500	0.70	K5IB	6	4.2 0.65	40
634	HD 218 658		5360	3.14	G2III	6	1.3 0.20	40
635	HD 218 804		6485	4.30	F5IV	6	3.5 0.48	40
636	HD 219 134		4340	4.48	K3V	6	1.6 0.19	40
637	HD 219 134		4340	4.48	K3V	6	2.6 0.32	40
638	HD 219 615		4640	2.66	G8III	6	2.5 0.40	40
639	HD 219 617		6140	4.33	F4VI	6	1.0 0.15	40
640	HD 221 170		5660	4.37	G2IV	6	0.0 0.00	40
641	HD 221 170		5660	4.37	G2IV	6	1.2 0.17	40
642	HD 221 861		4200	0.95	K0IB	6	3.6 0.16	40
643	HD 222 107		4640	2.66	G8III	6	1.5 0.24	40
644	HD 222 368		6260	4.32	F7V	6	1.8 0.25	40
645	HD 222 368		6260	4.32	F7V	6	3.3 0.46	40
646	HD 222 404		4580	4.46	K1IV	6	1.2 0.17	40
647	HD 222 404		4580	4.46	K1IV	6	1.5 0.22	40
648	HD 223 173		4040	2.26	K3II	6	3.0 0.48	40
649	HD 224 617		6712	4.29	F4IV	6	1.5 0.47	40
650	HD 224 930		5660	4.37	G2V	6	1.6 0.24	40
651	HD 224 930		5660	4.37	G2V	6	2.0 0.28	40
652	HD 225 212		3780	0.80	K3IB	6	2.0 0.34	40
653		ALPHA CYG	9170	1.13	A2IA	1	9.5 0.86	40

- 1 Bakos, G., A. (1971): JRASO 65, 222
- 2 Baschek, B., Searle, L. (1969): ApJ 155, 537
- 3 Baschek, B., Holweger, H., Namba, O., Traving, G. (1967):
ZfA 65, 418
- 4 Boyarchuk, M., E., Voyansky, N., P. (1970): Izv. Krimskoj
Astrofiz. Obs. 41-42, 342
- 5 Buscombe, W. (1971): Bull AAS 3, 401
- 6 Buscombe, W., Neatrou, J., Albert, E. (1972): Bull AAS 4,
237
- 7 Cayrel de Strobel, G. (1968): Ann d. Astroph. 31, 43
- 8 Chaffee, P., H. (1969): AA 4, 291
- 9 Conti, P., S., Strom, S., E. (1968): ApJ 152, 483
- 10 Dietze, P. (1970): Diplomarbeit München
- 11 Herbst, R.: priv. Mitt.
- 12 Faragfians, R., van't Veer-Menneret, G. (1971): AA 12, 258
- 13 Findeisen, B. (1967): Diplomarbeit München
- 14 Griffin, R. (1972): MN 155, 139
- 15 Gustafsson, B., Kjaergaard, P., Andersen, S. (1974):
AA 34, 99
- 16 Häfner, R. (1973): Dissertation München
- 17 Herbst, R. (1970): Diplomarbeit München
- 18 Hundt, E. (1972): AA 21, 413
- 19 Hutchinson, R., B. (1971): ApJ 170, 551
- 20 Keller, H., U. (1967): Diplomarbeit München
- 21 Lambert, D., L., Tomkin, J. (1974): ApJ 194, L 89
- 22 Kalyuto, V. (1971): Publ. Tartu Astrofiz. Obs. 39, 282
- 23 Osmer, P., S. (1972): ApJ Supp 24, 255
- 24 Parsons, S., B. (1967): ApJ 150, 263
- 25 Provost, J., van't Veer-Menneret, G. (1969): AA 2, 218
- 26 Przybylski, A. (1969): MN 146, 71
- 27 Redemann, E. (1972): Diplomarbeit München
- 28 Rosendahl, J., D. (1970): ApJ 160, 627
- 29 Rosendahl, J., D., Wegner, G. (1970): ApJ 162, 547
- 30 Schulze, A. (1972): Diplomarbeit München
- 31 Spite, M. (1968): Ann. d. Astrophys. 31, 269

- 32 Tomkin, J., Lambert, D., L. (1974): ApJ 193, 631
- 33 Tomkin, J., Lambert, D., L., Luck, R., E. (1975): ApJ 199,
436
- 34 Warren, P., R., Peat, D., W. (1972): AA 17, 450
- 35 Williams, P., M. (1973): MN 162, 235
- 36 Wolf, B. (1973): AA 28, 335
- 37 Wolfram, W. (1972): AA 17, 17
- 38 Wolf, B. (1972): AA 20, 275
- 39 Glebocki (1973): Acta Astronomica 23, 135
- 40 Groth, H., G.: priv. Mitt.

Anhang 2

Tabellen der benutzten Sonnenmodelle

Es bedeuten:		dt	
MODELL	Modellnummer		
T EFF	Effektivtemperatur in Kelvin	L up	Mittlere Temperaturdifferenz eines Elementes zu seiner Umgebung in Kelvin
LOG G	dekadischer Logarithmus der Schwerebeschleunigung g , g in cm/sec^2		Mischungsweglänge des aufwärts gerichteten Konvektionsstromes in km
THEORIE	Kennzeichnung der angewandten Theorie.	L do	Mischungsweglänge des abwärts gerichteten Konvektionsstromes in km
	Dabei steht L/NL für lokale/nichtlokale Mischungswegtheorie, D/H/M/W für Abstrahlung nach Donecker/Heney/Mihalas/Wellmann. Verhältnis von Mischungsweg zu Skalenhöhe des Gasdruckes		
L/H	Verhältnis von Radius eines Konvektions-elementes zu Mischungsweglänge		
R/L	Angabe JA bedeutet: Iteration zur Berücksichtigung des Strömungsdruckes durchgeführt, sonst nicht.		
ITER	Angabe JA bedeutet: Einschränkung der Mischungsweglänge nach Böhm, Stückl, sonst nicht.		
L<DIST(X,RAND)	geometrische Tiefe unter optischer Tiefe 0.5 (Rosseland-Skala), in km		
X	dekadischer Logarithmus der optischen Tiefe (Rosseland-Skala)		
L TAU	Temperatur in Kelvin		
T	dekadischer Logarithmus des Gasdruckes P , P in dyn/cm^2		
L P	dekadischer Logarithmus des Gasdruckes P_g , P_g in dyn/cm^2		
L PG	dekadischer Logarithmus der Dichte ρ , ρ in g/cm^3		
L RHO	Konvektionsgeschwindigkeit in km/sec		
V	Anteil des konvektiven Energiestromes am Gesamtstrom		
FX/F			

MODELL	T EFF	LOG G	THEORIE	L/H	R/L	ITER.	BOEHM-STUECKL	MODELL	T EFF	LOG G	THEORIE	L/H	R/L	ITER.	BOEHM-STUECKL						
1	5 800	4.44	NL D	1.00	1.50	JA	NEIN	2	5 800	4.44	L D	1.50	0.50	NEIN							
X	L TAU	T	L P	L PG	L RHO	V	FK/F	d t	L up	L do	X	L TAU	T	L P	L PG	L RHO	V	FK/F	d t	L up	L do
0.00	-30	5920	5.041	5.015	-6.518	1.32	0.02	359	291	0	0.00	-30	5900	5.041	5.041	-6.531	0.00	0.00	0	191	191
17.52	-17	6058	5.097	5.053	-6.490	1.74	0.03	740	291	0	18.34	-15	6087	5.105	5.105	-6.440	0.00	0.00	0	191	191
36.34	-10	6250	5.153	5.090	-6.466	2.14	0.12	1287	291	0	37.77	04	6407	5.170	5.169	-6.389	0.21	0.00	15	201	201
56.86	-14	6582	5.211	5.143	-6.436	2.27	0.26	1823	291	20	58.63	30	7037	5.234	5.219	-6.398	1.06	0.04	382	221	221
75.09	-39	7096	5.269	5.208	-6.404	2.23	0.46	2154	291	42	81.34	68	8119	5.292	5.205	-6.428	2.09	0.39	1390	256	256
103	71	7723	5.328	5.280	-6.370	2.07	0.64	2245	291	66	106	117	9138	5.344	5.284	-6.442	2.43	0.82	1675	292	292
130	107	8439	5.390	5.354	-6.336	1.84	0.72	2139	291	91	133	1.61	9818	5.394	5.348	-6.420	2.32	0.93	1353	319	319
158	150	9248	5.451	5.423	-6.312	1.72	0.84	1856	291	94	162	1.97	10328	5.446	5.406	-6.357	2.11	0.97	1102	341	341
189	192	10058	5.512	5.488	-6.291	1.64	0.94	1509	291	105	193	2.27	10753	5.499	5.464	-6.351	2.00	0.98	916	361	361
222	230	10772	5.572	5.552	-6.268	1.57	0.99	1209	291	119	226	2.53	11129	5.553	5.523	-6.351	2.02	0.99	778	380	380
257	263	11602	5.631	5.614	-6.243	1.49	0.99	963	292	135	262	2.75	11474	5.609	5.582	-6.281	1.93	0.99	674	397	397
295	291	11948	5.689	5.675	-6.215	1.43	0.99	781	296	155	300	2.96	11800	5.666	5.643	-6.259	1.86	0.99	581	415	415
335	315	12631	5.747	5.735	-6.185	1.39	1.00	650	303	175	320	3.15	12112	5.725	5.704	-6.199	1.79	1.00	508	432	432
378	336	13266	5.805	5.795	-6.152	1.33	1.00	554	314	195	383	3.50	12416	5.785	5.766	-6.151	1.73	1.00	448	449	449
424	354	14270	5.863	5.854	-6.118	1.29	1.00	478	328	216	428	3.50	12716	5.847	5.829	-6.104	1.68	1.00	399	464	464
472	371	15656	5.922	5.913	-6.081	1.26	1.00	413	344	237	475	3.65	13014	5.909	5.894	-6.056	1.62	1.00	356	485	485
522	385	16825	6.000	5.992	-6.043	1.23	1.00	364	361	255	525	3.80	13314	5.973	5.959	-6.007	1.55	1.00	320	503	503
576	394	18479	6.078	6.073	-6.002	1.20	1.00	331	382	273	578	3.94	13616	6.038	6.026	-5.956	1.49	1.00	288	521	521
632	411	20294	6.159	6.154	-5.961	1.17	1.00	304	405	295	633	4.07	13922	6.104	6.093	-5.904	1.43	1.00	260	540	540
691	423	21508	6.160	6.154	-5.918	1.14	1.00	281	433	313	692	4.20	14234	6.172	6.162	-5.850	1.38	1.00	234	559	559
753	435	23432	6.221	6.215	-5.875	1.11	1.00	257	457	333	753	4.32	14553	6.240	6.231	-5.796	1.34	1.00	211	580	580
819	446	25990	6.282	6.277	-5.830	1.08	1.00	217	484	353	817	4.45	14880	6.310	6.301	-5.742	1.29	1.00	192	601	601
887	457	28453	6.344	6.340	-5.784	1.05	1.00	218	511	374	885	4.57	15217	6.380	6.373	-5.686	1.24	1.00	175	621	621
954	468	31016	6.408	6.403	-5.736	1.03	1.00	202	540	395	955	4.69	15566	6.451	6.445	-5.629	1.19	1.00	160	644	644
1035	479	33608	6.471	6.464	-5.687	1.00	1.00	188	570	418	1029	4.82	15927	6.524	6.518	-5.571	1.14	1.00	146	669	669
1114	490	36300	6.536	6.533	-5.633	0.97	1.00	175	601	441	1107	4.94	16303	6.597	6.592	-5.512	1.09	1.00	134	692	692
1198	501	39017	6.599	6.599	-5.587	0.95	1.00	164	633	465	1189	5.07	16695	6.672	6.667	-5.453	1.05	1.00	123	717	717
1285	512	41847	6.664	6.666	-5.536	0.92	1.00	153	665	490	1274	5.19	17104	6.747	6.742	-5.392	1.01	1.00	112	743	743
1377	522	44696	6.736	6.733	-5.485	0.90	1.00	143	698	517	1364	5.31	17533	6.821	6.820	-5.331	0.97	1.00	103	771	771
1474	533	47666	6.804	6.802	-5.433	0.87	1.00	135	732	545	1458	5.44	17983	6.904	6.904	-5.270	0.94	1.00	94	801	801
1575	544	50660	6.873	6.871	-5.380	0.84	1.00	127	768	574	1557	5.57	18456	6.979	6.976	-5.209	0.90	1.00	87	833	833
1682	555	53680	6.943	6.941	-5.326	0.82	1.00	118	804	605	1660	5.69	18953	7.058	7.055	-5.147	0.87	1.00	80	867	867
1794	566	56730	7.014	7.012	-5.271	0.79	1.00	110	839	636	1769	5.82	19478	7.138	7.135	-5.084	0.83	1.00	74	901	901
1912	577	59812	7.086	7.084	-5.215	0.77	1.00	102	878	669	1883	5.95	20033	7.218	7.216	-5.020	0.79	1.00	69	937	937
2036	588	62929	7.159	7.157	-5.157	0.74	1.00	95	918	704	2004	6.08	20621	7.300	7.298	-4.955	0.75	1.00	64	975	975
2166	599	66082	7.232	7.231	-5.100	0.71	1.00	88	964	740	2130	6.21	21246	7.382	7.380	-4.890	0.72	1.00	59	1014	1014
2303	610	69272	7.307	7.306	-5.043	0.69	1.00	82	1012	779	2262	6.34	21908	7.465	7.464	-4.825	0.70	1.00	54	1057	1057
2447	622	72488	7.382	7.381	-4.986	0.67	1.00	76	1064	820	2423	6.47	22611	7.549	7.548	-4.760	0.67	1.00	50	1104	1104
2599	633	75722	7.458	7.457	-4.929	0.64	1.00	70	1119	863	2569	6.60	23355	7.633	7.632	-4.695	0.64	1.00	46	1155	1155
2758	644	79000	7.535	7.534	-4.871	0.62	1.00	65	1178	907	2703	6.73	24142	7.718	7.717	-4.630	0.62	1.00	43	1209	1209

[illegible]

[illegible]

MODELL	T EFF	LOG G	THEORIE	L/H	R/L	ITER.	ROEHM-STUFCKL
10	5 800	4.44	L D	3.00	1.00	JA	NEIN
X	L TAU	T	L P	L PG	L RHO	V	FK/F
0.00	-30	5900	5.041	5.041	-6.450	0.00	0.00
18.34	-15	6087	5.105	5.105	-6.440	0.00	0.00
37.77	-04	6404	5.170	5.170	-6.422	0.00	0.00
58.63	-27	6914	5.230	5.161	-6.406	0.78	0.04
81.34	-56	7555	5.284	5.190	-6.429	2.16	0.15
					-6.450	2.93	0.45
106	-86	8171	5.336	5.230	-6.445	3.24	0.71
133	-19	8725	5.387	5.289	-6.417	3.22	0.87
162	1.3	9200	5.441	5.357	-6.375	3.02	0.94
193	4.93	9616	5.497	5.426	-6.329	2.85	0.96
226	2.12	9992	5.546	5.495	-6.280	2.68	0.98
262	2.38	10345	5.597	5.545	-6.229	2.54	0.99
300	2.62	10680	5.641	5.586	-6.176	2.40	0.99
340	2.84	11004	5.679	5.628	-6.122	2.27	0.99
383	3.05	11322	5.721	5.671	-6.066	2.14	1.00
428	3.26	11635	5.765	5.715	-6.006	2.03	1.00
475	3.45	11948	5.807	5.757	-5.946	1.93	1.00
525	3.64	12262	5.851	5.801	-5.885	1.84	1.00
578	3.82	12581	5.896	5.846	-5.823	1.75	1.00
633	3.98	12905	5.943	5.893	-5.759	1.66	1.00
692	4.13	13236	5.991	5.941	-5.694	1.58	1.00
753	4.28	13576	6.041	6.041	-5.628	1.50	1.00
817	4.42	13925	6.093	6.093	-5.561	1.43	1.00
885	4.57	14286	6.147	6.147	-5.494	1.37	1.00
955	4.72	14660	6.203	6.203	-5.425	1.30	1.00
1029	4.87	15049	6.261	6.261	-5.356	1.24	1.00
1107	5.03	15453	6.321	6.321	-5.287	1.18	1.00
1189	5.18	15874	6.383	6.383	-5.216	1.12	1.00
1274	5.34	16315	6.447	6.447	-5.144	1.06	1.00
1364	5.49	16778	6.513	6.513	-5.073	1.01	1.00
1458	5.64	17262	6.581	6.581	-5.001	0.97	1.00
1557	5.79	17767	6.651	6.651	-4.930	0.93	1.00
1660	5.95	18309	6.723	6.723	-4.858	0.88	1.00
1769	6.10	18874	6.797	6.797	-4.786	0.84	1.00
1883	6.25	19473	6.873	6.873	-4.713	0.80	1.00
2004	6.40	20106	6.951	6.951	-4.640	0.76	1.00
2130	6.56	20778	7.031	7.031	-4.567	0.72	1.00
2262	6.71	21491	7.113	7.113	-4.494	0.69	1.00
2402	6.86	22249	7.197	7.197	-4.422	0.66	1.00
2549	7.01	23054	7.283	7.283	-4.350	0.64	1.00
2700	7.17	23914	7.371	7.371	-4.278	0.61	1.00
2854	7.33	24830	7.461	7.461	-4.206	0.58	1.00
3012	7.50	25804	7.553	7.553	-4.134	0.55	1.00
3174	7.67	26838	7.647	7.647	-4.062	0.52	1.00
3340	7.84	27934	7.743	7.743	-3.990	0.49	1.00
3510	8.02	29094	7.841	7.841	-3.918	0.46	1.00
3684	8.20	30320	7.941	7.941	-3.846	0.43	1.00
3862	8.38	31614	8.043	8.043	-3.774	0.40	1.00
4044	8.57	32978	8.147	8.147	-3.702	0.37	1.00
4230	8.76	34414	8.253	8.253	-3.630	0.34	1.00
4420	8.95	35924	8.361	8.361	-3.558	0.31	1.00
4614	9.15	37509	8.471	8.471	-3.486	0.28	1.00
4812	9.35	39171	8.583	8.583	-3.414	0.25	1.00
5014	9.55	40911	8.697	8.697	-3.342	0.22	1.00
5220	9.76	42731	8.813	8.813	-3.270	0.19	1.00
5430	9.97	44643	8.931	8.931	-3.198	0.16	1.00
5644	10.19	46649	9.051	9.051	-3.126	0.13	1.00
5862	10.41	48751	9.173	9.173	-3.054	0.10	1.00
6084	10.64	50951	9.297	9.297	-2.982	0.07	1.00
6310	10.87	53251	9.423	9.423	-2.910	0.04	1.00
6540	11.11	55651	9.551	9.551	-2.838	0.01	1.00
6774	11.35	58151	9.681	9.681	-2.766	0.00	1.00
7012	11.60	60751	9.813	9.813	-2.694	0.00	1.00
7254	11.85	63451	9.947	9.947	-2.622	0.00	1.00
7500	12.10	66251	10.083	10.083	-2.550	0.00	1.00
7750	12.36	69151	10.221	10.221	-2.478	0.00	1.00
8004	12.62	72151	10.361	10.361	-2.406	0.00	1.00
8262	12.89	75251	10.503	10.503	-2.334	0.00	1.00
8524	13.17	78451	10.647	10.647	-2.262	0.00	1.00
8790	13.45	81751	10.793	10.793	-2.190	0.00	1.00
9060	13.74	85151	10.941	10.941	-2.118	0.00	1.00
9334	14.03	88651	11.091	11.091	-2.046	0.00	1.00
9612	14.33	92251	11.243	11.243	-1.974	0.00	1.00
9894	14.63	95951	11.397	11.397	-1.902	0.00	1.00
10180	14.94	100751	11.553	11.553	-1.830	0.00	1.00
10420	15.25	105651	11.711	11.711	-1.758	0.00	1.00
10664	15.56	110651	11.871	11.871	-1.686	0.00	1.00
10912	15.88	115751	12.033	12.033	-1.614	0.00	1.00
11164	16.20	120951	12.197	12.197	-1.542	0.00	1.00
11420	16.53	126251	12.363	12.363	-1.470	0.00	1.00
11680	16.86	131651	12.531	12.531	-1.398	0.00	1.00
11944	17.20	137151	12.701	12.701	-1.326	0.00	1.00
12212	17.54	142751	12.873	12.873	-1.254	0.00	1.00
12484	17.89	148451	13.047	13.047	-1.182	0.00	1.00
12760	18.24	154251	13.223	13.223	-1.110	0.00	1.00
13040	18.60	160151	13.401	13.401	-1.038	0.00	1.00
13324	18.96	166151	13.581	13.581	-0.966	0.00	1.00
13612	19.32	172251	13.763	13.763	-0.894	0.00	1.00
13904	19.69	178451	13.947	13.947	-0.822	0.00	1.00
14200	20.06	184751	14.133	14.133	-0.750	0.00	1.00
14500	20.44	191251	14.321	14.321	-0.678	0.00	1.00
14804	20.82	197851	14.511	14.511	-0.606	0.00	1.00
15112	21.21	204551	14.703	14.703	-0.534	0.00	1.00
15424	21.60	211351	14.897	14.897	-0.462	0.00	1.00
15740	22.00	218251	15.093	15.093	-0.390	0.00	1.00
16060	22.40	225251	15.291	15.291	-0.318	0.00	1.00
16384	22.80	232351	15.491	15.491	-0.246	0.00	1.00
16712	23.21	239551	15.693	15.693	-0.174	0.00	1.00
17044	23.62	246851	15.897	15.897	-0.102	0.00	1.00
17380	24.04	254251	16.103	16.103	-0.030	0.00	1.00
17720	24.46	261751	16.311	16.311	0.042	0.00	1.00
18064	24.89	269351	16.521	16.521	0.114	0.00	1.00
18412	25.32	277051	16.733	16.733	0.186	0.00	1.00
18764	25.76	284851	16.947	16.947	0.258	0.00	1.00
19120	26.20	292751	17.163	17.163	0.330	0.00	1.00
19480	26.64	300751	17.381	17.381	0.402	0.00	1.00
19844	27.09	308851	17.601	17.601	0.474	0.00	1.00
20212	27.54	317051	17.823	17.823	0.546	0.00	1.00
20584	28.00	325351	18.047	18.047	0.618	0.00	1.00
20960	28.46	333751	18.273	18.273	0.690	0.00	1.00
21340	28.92	342251	18.501	18.501	0.762	0.00	1.00
21724	29.39	350851	18.731	18.731	0.834	0.00	1.00
22112	29.86	359551	18.963	18.963	0.906	0.00	1.00
22504	30.34	368351	19.197	19.197	0.978	0.00	1.00
22900	30.82	377251	19.433	19.433	1.050	0.00	1.00
23300	31.31	386251	19.671	19.671	1.122	0.00	1.00
23704	31.80	395351	19.911	19.911	1.194	0.00	1.00
24112	32.30	404551	20.153	20.153	1.266	0.00	1.00
24524	32.80	413851	20.397	20.397	1.338	0.00	1.00
24940	33.30	423251	20.643	20.643	1.410	0.00	1.00
25360	33.80	432751	20.891	20.891	1.482	0.00	1.00
25784	34.31	442351	21.141	21.141	1.554	0.00	1.00
26212	34.82	452051	21.393	21.393	1.626	0.00	1.00
26644	35.34	461851	21.647	21.647	1.698	0.00	1.00
27080	35.86	471751	21.903	21.903	1.770	0.00	1.00
27520	36.39	481751	22.161	22.161	1.842	0.00	1.00
27964	36.92	491851	22.421	22.421	1.914	0.00	1.00
28412	37.46	502051	22.683	22.683	1.986	0.00	1.00
28864	37.99	512351	22.947	22.947	2.058	0.00	1.00
29320	38.54	522751	23.213	23.213	2.130	0.00	1.00
29780	39.09	533251	23.481	23.481	2.202	0.00	1.00
30244	39.64	543851	23.751	23.751	2.274	0.00	1.00
30712	40.20	554551	24.023	24.023	2.346	0.00	1.00
31184	40.76	565351	24.297	24.297	2.418	0.00	1.00
31660	41.32	576251	24.573	24.573	2.490	0.00	1.00
32140	41.89	587251	24.851	24.851	2.562	0.00	1.00
32624	42.46	598351	25.131	25.131	2.634	0.00	1.00
33112	43.04	609551	25.413	25.413	2.706	0.00	1.00
33604	43.62	620851	25.697	25.697	2.778	0.00	1.00
34100	44.20	632251	25.983	25.983	2.850	0.00	1.00
34600	44.79	643751	26.271	26.271	2.922	0.00	1.00
35104	45.38	655351	26.561	26.561	3.000	0.00	1.00
35612	45.98	667051	26.853	26.853	3.078	0.00	1.00
36124	46.58	678851	27.147	27.147	3.156	0.00	1.00
36640	47.19	690751	27.44				

MODELL	T EFF	LOG G	THEORIF	L/H	R/L	ITER.	BOEHM,STUECKL	
							JA	NEIN
13	5 800	4.44	L H	3.00	1.00			
Y	L TAU	T	L P	L PG	V	FK/F	d T	L up L do
0.00	-30	5900	5.041	5.041	-6.490	0.00	0.00	0 370 370
-15	-15	6087	5.105	5.105	-6.440	0.00	0.00	0 382 382
18.34	-15	6087	5.105	5.105	-6.440	0.00	0.00	0 382 382
37.77	-03	6379	5.168	5.131	-6.435	1.63	0.07	454 400 400
58.63	-23	6761	5.225	5.146	-6.404	2.51	0.23	1062 424 424
81.34	-47	7229	5.280	5.172	-6.448	1.07	0.46	1597 454 454
106	-74	7761	5.333	5.224	-6.427	3.20	0.66	1692 488 488
133	1.03	8284	5.387	5.281	-6.401	3.27	0.92	1683 523 523
162	1.25	8791	5.442	5.350	-6.360	3.13	0.91	1083 558 558
193	1.67	9256	5.500	5.423	-6.312	2.92	0.95	1224 551 591
226	1.88	9673	5.561	5.496	-6.261	2.73	0.97	1008 622 622
262	2.26	10054	5.624	5.569	-6.209	2.56	0.98	835 653 653
300	2.52	10418	5.690	5.642	-6.154	2.41	0.99	790 682 682
340	2.76	10765	5.758	5.717	-6.098	2.27	0.99	790 711 711
383	2.99	11102	5.828	5.793	-6.039	2.14	1.00	500 740 740
428	3.20	11432	5.900	5.870	-5.979	2.02	1.00	424 769 769
475	3.41	11759	5.974	5.948	-5.917	1.91	1.00	363 799 799
525	3.61	12086	6.050	6.027	-5.855	1.82	1.00	312 830 830
578	3.80	12416	6.127	6.108	-5.791	1.72	1.00	269 861 861
633	3.97	12750	6.206	6.189	-5.725	1.63	1.00	233 893 893
692	4.12	13092	6.287	6.272	-5.659	1.55	1.00	203 927 927
753	4.27	13441	6.368	6.355	-5.591	1.47	1.00	176 962 962
817	4.42	13799	6.451	6.440	-5.523	1.40	1.00	154 998 998
885	4.57	14169	6.535	6.526	-5.453	1.33	1.00	134 1037 1037
955	4.73	14552	6.621	6.612	-5.384	1.27	1.00	117 1077 1077
1029	4.88	14949	6.707	6.699	-5.313	1.21	1.00	103 1120 1120
1107	5.05	15362	6.794	6.784	-5.242	1.14	1.00	91 1165 1165
1189	5.21	15793	6.882	6.872	-5.170	1.08	1.00	81 1212 1212
1274	5.37	16242	6.971	6.966	-5.097	1.03	1.00	71 1260 1260
1364	5.53	16714	7.061	7.057	-5.024	0.98	1.00	61 1312 1312
1458	5.69	17208	7.152	7.148	-4.952	0.94	1.00	53 1369 1369
1557	5.84	17727	7.243	7.239	-4.879	0.89	1.00	50 1430 1430
1660	6.00	18273	7.334	7.332	-4.806	0.85	1.00	45 1494 1494
1769	6.15	18850	7.427	7.424	-4.732	0.81	1.00	40 1562 1562
1883	6.31	19459	7.519	7.517	-4.659	0.77	1.00	36 1634 1634
2004	6.46	20103	7.612	7.612	-4.586	0.73	1.00	33 1709 1709
2130	6.62	20787	7.706	7.704	-4.512	0.70	1.00	29 1789 1789
2262	6.77	21513	7.800	7.798	-4.438	0.67	1.00	27 1876 1876
2402	6.93	22283	7.894	7.893	-4.365	0.64	1.00	24 1971 1971
2549	7.08	23102	7.988	7.987	-4.293	0.61	1.00	22 2074 2074

MODELL	T EFF	LOG R	THEORIE	L/H	R/L	ITER.	BOEHM, STUECKL	BOEHM, STUECKL
17	5 800	4.44	L W	3.00	1.00	JA	NEIN	JA
X	L TAU	T	L P	L RHO	V	FK/F	d T	L up L do
0.00	-30	5900	5.041	-6.490	0.00	0.00	0	370 370
18.34	-15	6087	5.105	-6.440	0.00	0.00	0	382 382
37.77	.04	6406	5.170	-6.397	0.06	0.00	32	402 402
58.63	.31	7065	5.235	-6.376	0.15	0.00	430	439 439
81.34	.79	8745	5.295	-6.422	0.93	0.14	978	502 502
106	1.11	9158	5.338	-6.475	1.46	0.74	1271	586 586
133	1.61	10042	5.385	-6.516	1.91	0.91	1994	662 662
162	2.01	10704	5.432	-6.551	2.79	0.96	2774	726 726
193	2.31	11259	5.479	-6.582	3.74	0.98	3733	782 782
226	2.59	11699	5.527	-6.602	4.61	0.99	538	834 834
262	2.82	12091	5.576	-6.624	5.46	0.99	466	883 883
300	3.01	12450	5.626	-6.643	6.34	0.99	410	930 930
340	3.19	12788	5.677	-6.651	7.24	0.99	366	978 978
380	3.35	13114	5.728	-6.657	8.16	1.00	332	1026 1026
420	3.49	13432	5.780	-6.662	9.09	1.00	304	1073 1073
455	3.63	13747	5.833	-6.670	10.01	1.00	280	1120 1120
494	3.76	14061	5.884	-6.676	10.94	1.00	258	1164 1164
534	3.88	14376	5.937	-6.681	11.87	1.00	239	1210 1210
574	4.01	14692	5.990	-6.685	12.80	1.00	222	1258 1258
614	4.13	15008	6.043	-6.689	13.73	1.00	207	1307 1307
654	4.26	15324	6.096	-6.693	14.66	1.00	192	1356 1356
694	4.38	15640	6.149	-6.697	15.59	1.00	184	1401 1401
734	4.51	15956	6.202	-6.701	16.52	1.00	173	1446 1446
774	4.63	16272	6.255	-6.705	17.45	1.00	164	1491 1491
814	4.76	16588	6.308	-6.709	18.38	1.00	156	1537 1537
854	4.88	16904	6.361	-6.713	19.31	1.00	148	1582 1582
894	5.01	17220	6.414	-6.717	20.24	1.00	140	1629 1629
934	5.13	17536	6.467	-6.721	21.17	1.00	131	1674 1674
974	5.26	17852	6.520	-6.725	22.10	1.00	123	1719 1719
1014	5.38	18168	6.573	-6.729	23.03	1.00	115	1764 1764
1054	5.51	18484	6.626	-6.733	23.96	1.00	107	1809 1809
1094	5.63	18800	6.679	-6.737	24.89	1.00	101	1854 1854
1134	5.76	19116	6.732	-6.741	25.82	1.00	94	1899 1899
1174	5.88	19432	6.785	-6.745	26.75	1.00	88	1944 1944
1214	6.01	19748	6.838	-6.749	27.68	1.00	82	1989 1989
1254	6.13	20064	6.891	-6.753	28.61	1.00	77	2034 2034
1294	6.26	20380	6.944	-6.757	29.54	1.00	72	2079 2079
1334	6.38	20696	6.997	-6.761	30.47	1.00	68	2124 2124
1374	6.51	21012	7.050	-6.765	31.40	1.00	64	2169 2169
1414	6.63	21328	7.103	-6.769	32.33	1.00	60	2214 2214
1454	6.76	21644	7.156	-6.773	33.26	1.00	57	2259 2259
1494	6.88	21960	7.209	-6.777	34.19	1.00	54	2304 2304
1534	7.01	22276	7.262	-6.781	35.12	1.00	51	2349 2349
1574	7.13	22592	7.315	-6.785	36.05	1.00	49	2394 2394
1614	7.26	22908	7.368	-6.789	36.98	1.00	47	2439 2439
1654	7.38	23224	7.421	-6.793	37.91	1.00	45	2484 2484
1694	7.51	23540	7.474	-6.797	38.84	1.00	43	2529 2529
1734	7.63	23856	7.527	-6.801	39.77	1.00	41	2574 2574
1774	7.76	24172	7.580	-6.805	40.70	1.00	39	2619 2619
1814	7.88	24488	7.633	-6.809	41.63	1.00	38	2664 2664
1854	8.01	24804	7.686	-6.813	42.56	1.00	37	2709 2709
1894	8.13	25120	7.739	-6.817	43.49	1.00	36	2754 2754
1934	8.26	25436	7.792	-6.821	44.42	1.00	35	2799 2799
1974	8.38	25752	7.845	-6.825	45.35	1.00	34	2844 2844
2014	8.51	26068	7.898	-6.829	46.28	1.00	33	2889 2889
2054	8.63	26384	7.951	-6.833	47.21	1.00	32	2934 2934
2094	8.76	26700	8.004	-6.837	48.14	1.00	31	2979 2979
2134	8.88	27016	8.057	-6.841	49.07	1.00	30	3024 3024
2174	9.01	27332	8.110	-6.845	50.00	1.00	29	3069 3069
2214	9.13	27648	8.163	-6.849	50.93	1.00	28	3114 3114
2254	9.26	27964	8.216	-6.853	51.86	1.00	27	3159 3159
2294	9.38	28280	8.269	-6.857	52.79	1.00	26	3204 3204
2334	9.51	28596	8.322	-6.861	53.72	1.00	25	3249 3249
2374	9.63	28912	8.375	-6.865	54.65	1.00	24	3294 3294
2414	9.76	29228	8.428	-6.869	55.58	1.00	23	3339 3339
2454	9.88	29544	8.481	-6.873	56.51	1.00	22	3384 3384
2494	10.01	29860	8.534	-6.877	57.44	1.00	21	3429 3429
2534	10.13	30176	8.587	-6.881	58.37	1.00	20	3474 3474
2574	10.26	30492	8.640	-6.885	59.30	1.00	19	3519 3519
2614	10.38	30808	8.693	-6.889	60.23	1.00	18	3564 3564
2654	10.51	31124	8.746	-6.893	61.16	1.00	17	3609 3609
2694	10.63	31440	8.799	-6.897	62.09	1.00	16	3654 3654
2734	10.76	31756	8.852	-6.901	63.02	1.00	15	3699 3699
2774	10.88	32072	8.905	-6.905	63.95	1.00	14	3744 3744
2814	11.01	32388	8.958	-6.909	64.88	1.00	13	3789 3789
2854	11.13	32704	9.011	-6.913	65.81	1.00	12	3834 3834
2894	11.26	33020	9.064	-6.917	66.74	1.00	11	3879 3879
2934	11.38	33336	9.117	-6.921	67.67	1.00	10	3924 3924
2974	11.51	33652	9.170	-6.925	68.60	1.00	9	3969 3969
3014	11.63	33968	9.223	-6.929	69.53	1.00	8	4014 4014
3054	11.76	34284	9.276	-6.933	70.46	1.00	7	4059 4059
3094	11.88	34600	9.329	-6.937	71.39	1.00	6	4104 4104
3134	12.01	34916	9.382	-6.941	72.32	1.00	5	4149 4149
3174	12.13	35232	9.435	-6.945	73.25	1.00	4	4194 4194
3214	12.26	35548	9.488	-6.949	74.18	1.00	3	4239 4239
3254	12.38	35864	9.541	-6.953	75.11	1.00	2	4284 4284
3294	12.51	36180	9.594	-6.957	76.04	1.00	1	4329 4329
3334	12.63	36496	9.647	-6.961	76.97	1.00	0	4374 4374
3374	12.76	36812	9.700	-6.965	77.90	1.00	0	4419 4419
3414	12.88	37128	9.753	-6.969	78.83	1.00	0	4464 4464
3454	13.01	37444	9.806	-6.973	79.76	1.00	0	4509 4509
3494	13.13	37760	9.859	-6.977	80.69	1.00	0	4554 4554
3534	13.26	38076	9.912	-6.981	81.62	1.00	0	4599 4599
3574	13.38	38392	9.965	-6.985	82.55	1.00	0	4644 4644
3614	13.51	38708	10.018	-6.989	83.48	1.00	0	4689 4689
3654	13.63	39024	10.071	-6.993	84.41	1.00	0	4734 4734
3694	13.76	39340	10.124	-6.997	85.34	1.00	0	4779 4779
3734	13.88	39656	10.177	-6.999	86.27	1.00	0	4824 4824
3774	14.01	39972	10.230	-7.003	87.20	1.00	0	4869 4869
3814	14.13	40288	10.283	-7.007	88.13	1.00	0	4914 4914
3854	14.26	40604	10.336	-7.011	89.06	1.00	0	4959 4959
3894	14.38	40920	10.389	-7.015	90.00	1.00	0	5004 5004
3934	14.51	41236	10.442	-7.019	90.93	1.00	0	5049 5049
3974	14.63	41552	10.495	-7.023	91.86	1.00	0	5094 5094
4014	14.76	41868	10.548	-7.027	92.79	1.00	0	5139 5139
4054	14.88	42184	10.601	-7.031	93.72	1.00	0	5184 5184
4094	15.01	42500	10.654	-7.035	94.65	1.00	0	5229 5229
4134	15.13	42816	10.707	-7.039	95.58	1.00	0	5274 5274
4174	15.26	43132	10.760	-7.043	96.51	1.00	0	5319 5319
4214	15.38	43448	10.813	-7.047	97.44	1.00	0	5364 5364
4254	15.51	43764	10.866	-7.051	98.37	1.00	0	5409 5409
4294	15.63	44080	10.919	-7.055	99.30	1.00	0	5454 5454
4334	15.76	44396	10.972	-7.059	100.23	1.00	0	5499 5499
4374	15.88	44712	11.025	-7.063	101.16	1.00	0	5544 5544
4414	16.01	45028	11.078	-7.067	102.09	1.00	0	5589 5589
4454	16.13	45344	11.131	-7.071	103.02	1.00	0	5634 5634
4494	16.26	45660	11.184	-7.075	103.95	1.00	0	5679 5679
4534	16.38	45976	11.237	-7.079	104.88	1.00	0	5724 5724
4574	16.51	46292	11.290	-7.083	105.81	1.00	0	5769 5769
4614	16.63	46608	11.343	-7.087	106.74	1.00	0	5814 5814
4654	16.76	46924	11.396	-7.091	107.67	1.00	0	5859 5859
4694	16.88	47240	11.449	-7.095	108.60	1.00	0	5904 5904
4734	17.01	47556	11.502	-7.099	109.53	1.00	0	5949 5949
4774	17.13	47872	11.555	-7.103	110.46	1.00	0	5994 5994
4814	17.26	48188	11.608	-7.107	111.39	1.00	0	6039 6039
4854	17.38	48504	11.661	-7.111	112.32	1.00	0	6084 6084
4894	17.51	48820	11.714	-7.115	113.25	1.00	0	6129 6129
4934	17.63	49136	11.767	-7.119	114.18	1.00	0	6174 6174
4974	17.76	49452	11.820	-7.123	115.11	1.00	0	6219 6219

Verzeichnis der verwendeten Symbole und Abkürzungen

λ	Abstrahlungskoeffizient, siehe (4.2.34)
$\bar{\lambda}$	Abstrahlungskoeffizient, siehe (6.2.5)
a	siehe (4.2.34)
a_h	siehe (6.2.5)
a_I	siehe (6.2.5)
c	Lichtgeschwindigkeit, $c = 2.997925 \cdot 10^{10}$ cm/sec
c_p	spezifische Wärme bei konstantem Druck pro Masseneinheit
c_v	spezifische Wärme bei konstantem Volumen pro Masseneinheit
E_3	3. Integralexponentialfunktion
F_{konv}	Energiestromdichte der Konvektion
F_{rad}	Energiestromdichte der Strahlung
F_{total}	gesamte Energiestromdichte
f	Gewichtsfunktion zur Berücksichtigung der Reibung, siehe (4.2.16 - 18)
$\bar{f}$	Gewichtsfunktion zur Berücksichtigung der Reibung, siehe (6.2.4)
f_{dT}	siehe 6.3.
f_p	siehe 6.3.
g	Schwerebeschleunigung
g_{eff}	effektive Schwerebeschleunigung, siehe (4.2.10)
H	Skalenhöhe des Gasdruckes
$\bar{H}$	Mittelwert der Skalenhöhe des Gasdruckes, siehe 6.2.3.
h	Höhe eines Konvektionselementes, siehe 6.3.
L	Mischungsweglänge

M	Masse eines Konvektionselementes
P	Gesamtdruck, siehe (4.2.6)
P_g	Gasdruck
P_s	Stömungsdruck, siehe (4.2.7)
Q	$1 - \partial \log u / \partial \log T$
q_{ab}	Flächenanteil des abwärts gerichteten Konvektionsstromes, siehe 6.2.3.
q_{auf}	Flächenanteil des aufwärts gerichteten Konvektionsstromes, siehe 6.2.3.
q_{ξ}	Flächenanteil des Rückstromes, siehe 6.2.3.
Q	Gaskonstante, $Q = 8.31434 \cdot 10^7$ [erg/(Kelvin·mol)]
R	Radius eines Konvektionselementes
T	mittlere Temperatur in der Sternatmosphäre
T'	Temperatur im Inneren eines Konvektionselementes
T_{ad}	Temperatur im Inneren eines sich adiabatisch verändernden Konvektionselementes
T_{eff}	Effektivtemperatur
$\bar{t}$	siehe (4.2.31)
u	Konvektionsgeschwindigkeit
$\bar{u}$	mittlere Konvektionsgeschwindigkeit
$\bar{u}_{\text{ab}}$	mittlere Geschwindigkeit des abwärts gerichteten Konvektionsstromes, siehe 6.2.3.
$\bar{u}_{\text{auf}}$	mittlere Geschwindigkeit des aufwärts gerichteten Konvektionsstromes, siehe 6.2.3.
V	Volumen eines Konvektionselementes
W	der von einem Konvektionselement zurückgelegte Weg
w	Zwischenstelle auf dem Weg W

x	geometrische Tiefe		
$\bar{x}$	siehe (4.2.31)	τ_1	optische Tiefe in einem Konvektionselement, radial vom Rand nach innen gezählt, siehe (4.2.32)
x_R	oberer Rand der Konvektionszone, siehe 5.2.3.	τ_2	optischer Abstand von der Mantelfläche eines Konvektionselementes, siehe (6.2.1)
β	siehe (4.2.8)		
γ	Abstrahlungskoeffizient, siehe (4.2.27)		
ΔT	Temperaturdifferenz zwischen dem Inneren eines Konvektionselementes und seiner Umgebung		
Δp	Dichtedifferenz zwischen dem Inneren eines Konvektionselementes und seiner Umgebung		
κ	Absorptionskoeffizient pro Masseneinheit		
μ	mittleres Molekulargewicht		
ξ	mittlere Geschwindigkeit des Rückstromes, siehe 6.2.3.		
ρ	mittlere Dichte in der Sternatmosphäre		
ρ'	Dichte im Inneren eines Konvektionselementes		
ρ'_{ab}	Dichte im Inneren eines Elementes des abwärts gerichteten Konvektionsstromes, siehe 6.2.3.		
ρ'_{auf}	Dichte im Inneren eines Elementes des aufwärts gerichteten Konvektionsstromes, siehe 6.2.3.		
σ	Konstante des Stefan-Boltzmann'schen Gesetzes, $\sigma = 5.66961 \cdot 10^{-5} \text{ [erg/(cm}^2 \text{ sec Kelvin}^4\text{)]}$		
τ	optische Tiefe		
$\bar{\tau}$	siehe (4.2.31)		
τ_c	charakteristische optische Tiefe, siehe (4.2.33) bzw. (6.2.6)		
τ_e	optischer Durchmesser eines Konvektionselementes, siehe (4.2.30)		
τ_h	optischer Abstand von der Deckfläche eines Konvektionselementes, siehe (6.2.1)		

Die Anregung zu dieser Arbeit gab Herr Prof. Dr. P. Wellmann. Er und Herr Prof. Dr. H.-G. Groth unterstützten deren Fortgang in vielfältiger Weise. Ihnen gilt daher an dieser Stelle mein besonderer Dank.

Herr Dr. P. Escher überließ mir sein Graphik-Software-Paket und steckte mich oft mit seinem Enthusiasmus an. Bei ihm und meinen übrigen Kollegen bedanke ich mich für die stets gezeigte Hilfsbereitschaft.

Das Leibniz-Rechenzentrum der Bayerischen Akademie der Wissenschaften stellte dankenswerterweise die Rechenmöglichkeiten zur Verfügung.

Meine Frau schließlich verzieh mir nicht nur manchen Seitensprung mit dem Computer; sie half mir auch durch Schreiben und kritische Durchsicht des Manuskripts. Auch bei ihr möchte ich mich herzlich bedanken.

Lebenslauf

Name: Hartmut Donecker

Geburtsdatum: 26. Oktober 1945

Geburtsort: Idstein/Taunus

Eltern: Dr. Wolfgang Donecker
Erika Donecker, geb. Lubowski

Schulen: Mai 1952 - März 1953 Volksschule Korntal
März 1953 - April 1954 Liebfrauen-Schule,
Frankfurt
April 1954 - März 1956 Ketteler-Francke-
Schule, Bad Homburg
April 1956 - Febr. 1965 Kaiserin-Friedrich-
Schule, Bad Homburg
Reifezeugnis vom 22. Febr. 1965

Studium: SS 1965 - SS 1967 Physik in Göttingen
WS 1967 - SS 1972 Physik in München
Diplomprüfung am 16. Juni 1972
Thema der Diplomarbeit:
Die Ausbreitung von Druckwellen in Pulsationsveränderlichen.

Tätigkeit: Febr. 1974 bis heute
Verwalter einer wiss. Assistentenstelle am
Institut für Astronomie und Astrophysik,
München.

